

Sonja Krstić

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE 1
priručnik za vežbe u
laboratoriji



VŠER
Beograd
2012.

Elektrostatika

Sadržaj:

1. KULONOV ZAKON	1
Teorijska Osnova	1
Zadatak Vežbe.....	3
2. ELEKTROSTATIČKO POLJE	7
Teorijska Osnova	7
Zadatak Vežbe.....	9
3. ELEKTROSTATIČKI POTENCIJAL	13
Teorijska Osnova	13
Zadatak Vežbe.....	15
4. GAUSOV ZAKON	19
Teorijska Osnova	19
Zadatak Vežbe.....	21
5. KONDENZATORI.....	23
Teorijska Osnova	23
Zadatak Vežbe.....	26
6. ENERGIJA ELEKTROSTATIČKOG POLJA	300
Teorijska Osnova	30
Zadatak Vežbe.....	31

vežba broj 1

1. KULONOV ZAKON

U ovoj vežbi:

- Tačkasta naelektrisanja
- Definicija kulonovog zakona
- Matematički oblik kulonovog zakona
- Konstanta srazmernosti
- Dielektrična konstanta
- Elektrostatičke sile

Teorijska Osnova

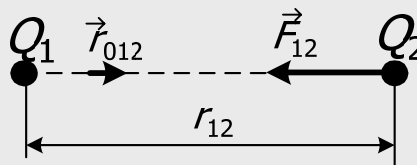
Kulonov zakon je zakon koji govori o elektrostatičkim silama između tačkastih naelektrisanja.

Tačkasto naelektrisanje je naelektrisanje koje ima određenu količinu električnog opterećenja i nema dimenzije. U praksi se za tačkasta naelektrisanja smatraju pozitivno i negativno naelektrisane čestice i sva naelektrisana tela čije su dimenzije zanemarljive u odnosu na rastojanje između njih.

Definicija

- **Kulonov zakon glasi:** Intenzitet sile kojom naelektrisanje Q_1 deluje na naelektrisanje Q_2 direktno je srazmeran proizvodu ta dva tačkasta naelektrisanja, a obrnuto srazmeran kvadratu rastojanja između njih.

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{012}$$



U izrazu za Kulonov zakon konstanta srazmernosti je

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2},$$

a ϵ_0 je dielektrična konstanta vakuuma i vazduha i iznosi

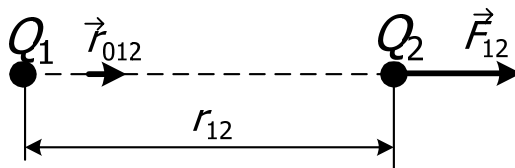
$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}} = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}.$$

Sila je vektorska veličina što znači da je određena intenzitetom, pravcem i smerom. Intenzitet sile je određen brojnim vrednostima, a *osnovna jedinica* je *Njutn* [N]. Pravac Kulonove sile definisan je *jediničnim vektorom* \vec{r}_{012} . Smer Kulonove sile definisan je jediničnim vektorom \vec{r}_{012} i algebarskim intenzitetom sile.

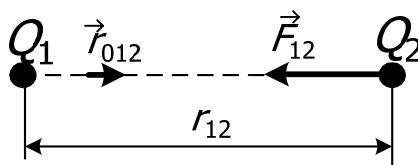
Jedinični vektor \vec{r}_{012} je vektor, koji po Kulonovom zakonu ima:

- intenzitet 1,
- pravac linije koja spaja naelektrisanja Q_1 i Q_2 ,

- smer od naelektrisanja Q_1 ka naelektrisanju Q_2 .
Jedinica za količinu naelektrisanja je *Kulon* [C].

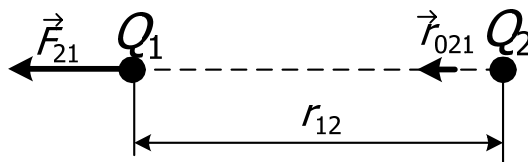
Primer 1

Ako je $Q_1 > 0$ i $Q_2 > 0$ onda je sila \vec{F}_{12} odbojna. Znači, Q_1 deluje na Q_2 i gura ga od sebe (napadna tačka sile je u tački u kojoj se nalazi Q_2).

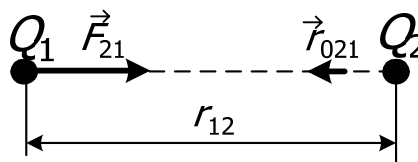
Primer 2

Ako je $Q_1 > 0$ i $Q_2 < 0$ onda je sila \vec{F}_{12} privlačna. Znači, Q_1 deluje na Q_2 i privlači ga ka sebi. Jedinичni vektor $\vec{r}_{021} = -\vec{r}_{012}$, što znači da mu je intenzitet jednak 1, pravac je isti kao pravac jediničnog vektora \vec{r}_{012} , a smer je od Q_2 ka Q_1 (suprotan od smera \vec{r}_{012}). Zato je i sila \vec{F}_{21} kojom Q_2 deluje na Q_1 suprotnog smera od sile \vec{F}_{12} :

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{021}.$$

Primer 3

Ako je $Q_1 > 0$ i $Q_2 > 0$ onda je sila \vec{F}_{21} odbojna. Znači, Q_2 deluje na Q_1 i gura ga od sebe (napadna tačka sile je u Q_1).

Primer 4

Ako je $Q_1 > 0$ i $Q_2 < 0$ onda je sila \vec{F}_{21} privlačna. Znači, Q_2 deluje na Q_1 i privlači ga ka sebi.

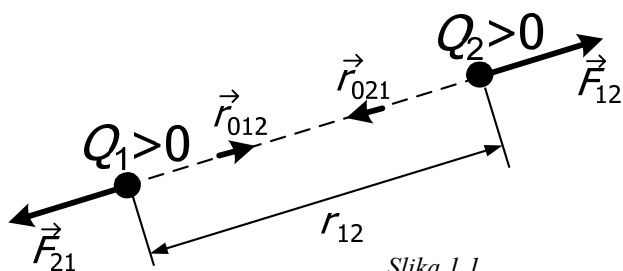
Zadatak Vežbe

Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

1.1 Dva tačkasta tela naelektrisanja Q_1 i Q_2 nalaze se u vazduhu na rastojanju $r_{12} = 0,2$ m. Odrediti vektor Kulonove sile kojim telo naelektrisanja Q_1 deluje na telo naelektrisanja Q_2 , ako je:

- $Q_1 = 4 \cdot 10^{-11}$ C i $Q_2 = 6 \cdot 10^{-11}$ C;
- $Q_1 = -4 \cdot 10^{-11}$ C i $Q_2 = -6 \cdot 10^{-11}$ C;
- $Q_1 = 4 \cdot 10^{-11}$ C i $Q_2 = -6 \cdot 10^{-11}$ C.

Rešenje:



Slika 1.1

Između dva tačkasta naelektrisanja Q_1 i Q_2 , koja se nalaze na rastojanju r_{12} , deluje Kulonova sila. Naelektrisanje Q_1 deluje na naelektrisanje Q_2 silom:

$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{012}$$

koja zavisi od naelektrisanja Q_1 i Q_2 i rastojanja između njih. Pravac sile određen je jediničnim vektorom \vec{r}_{012} . Smer sile određen je jediničnim vektorom \vec{r}_{012} i algebarskim intenzitetom sile (znacima naelektrisanja).

a) Zamenom brojnih vrednosti u izrazu za Kulonovu silu dobijamo:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{12} &= k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{012} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{4 \cdot 10^{-11} \text{C} \cdot 6 \cdot 10^{-11} \text{C}}{(0,2 \text{ m})^2} \vec{r}_{012} = \\ &= \frac{9 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 10^{9-11-11}}{0,04} \text{ N} \cdot \vec{r}_{012} = \frac{9 \cdot 4 \cdot 6}{4} \cdot 10^{9-11-11+2} \text{ N} \cdot \vec{r}_{012} = 54 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \vec{r}_{012} \end{aligned}$$

Iz rezultata vidimo da je algebarski intenzitet sile jednak $F_{12} = 54 \cdot 10^{-11}$ N i pošto je pozitivan to znači da se pravac i smer Kulonove sile poklapaju sa pravcem i smerom jediničnog vektora \vec{r}_{012} . Jedinični vektor \vec{r}_{012} je usmeren od naelektrisanja Q_1 (telo koje deluje) ka naelektrisanju Q_2 (telo na koje se deluje), tako da je Kulonova sila odbojna. To je očekivani rezultat pošto su Q_1 i Q_2 naelektrisanja istog znaka. Na slici 1.1 prikazan je pravi smer Kulonove sile \vec{F}_{12} .

Silu kojom telo naelektrisanja Q_2 deluje na telo naelektrisanja Q_1 računamo primenom Kulonovog zakona:

$$\vec{F}_{21} = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{021} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{6 \cdot 10^{-11} \text{C} \cdot 4 \cdot 10^{-11} \text{C}}{(0,2 \text{ m})^2} \vec{r}_{021} = 54 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \vec{r}_{021}.$$

Naravno algebarski intenzitet i ove sile je pozitivan, a jednak je algebarskom intenzitetu sile \vec{F}_{12} . S obzirom da je algebarski intenzitet pozitivan smer sile \vec{F}_{21} se poklapa sa smerom jediničnog vektora \vec{r}_{021} , koji je usmeren od naelektrisanja Q_2 ka naelektrisanju Q_1 . Dakle, sile \vec{F}_{12} i \vec{F}_{21} su istog intenziteta a suprotnog smera (Slika 1.1).

b) Kao i u zadatku pod a), zamenom brojnih vrednosti u izrazu za Kulonovu silu dobijamo:

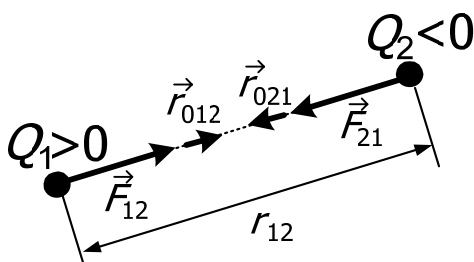
$$\begin{aligned}\vec{F}_{12} &= k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{012} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(-4 \cdot 10^{-11} \text{C}) \cdot (-6 \cdot 10^{-11} \text{C})}{(0,2 \text{ m})^2} \vec{r}_{012} = \\ &= \frac{9 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 10^{9-11-11}}{0,04} \text{ N} \cdot \vec{r}_{012} = 54 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \vec{r}_{012}\end{aligned}$$

I u ovom slučaju je algebarski intenzitet sile pozitivan a sila je odbojna, i prikazana je na slici 1.1.

c) Zamenom brojnih vrednosti u izrazu za Kulonov zakon dobijamo:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{12} &= k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{012} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{4 \cdot 10^{-11} \text{C} \cdot (-6 \cdot 10^{-11} \text{C})}{(0,2 \text{ m})^2} \vec{r}_{012} = \\ &= -\frac{9 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 10^{9-11-11}}{0,04} \text{ N} \cdot \vec{r}_{012} = -54 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \vec{r}_{012}\end{aligned}$$

U ovom slučaju je algebarski intenzitet sile jednak $F_{12} = -54 \cdot 10^{-11} \text{ N}$ i pošto je negativan to znači da je smer Kulonove sile suprotan od smera jediničnog vektora \vec{r}_{012} . Kao što smo već pomenuli, jedinični vektor je usmeren od naelektrisanja Q_1 ka naelektrisanju Q_2 i Kulonova sila je privlačna. I ovo je očekivani rezultat, pošto su Q_1 i Q_2 naelektrisanja suprotnog znaka.



Slika 1.2.

Na slici 1.2 nacrtan je pravi smer sila \vec{F}_{12} i \vec{F}_{21} . Sila \vec{F}_{21} je istog intenziteta i pravca, a suprotnog smera od sile \vec{F}_{12} .

1.2 Dve kuglice poluprečnika $a = 2$ mm naelektrisane su istim količinama naelektrisanja Q . Intenzitet sile koja deluje između njih je $9 \cdot 10^{-7}$ N. Kuglice su na rastojaju $r = 2$ dm. Odrediti količinu naelektrisanja Q kojom su naelektrisane kuglice.

Rešenje:

1.3 Tri tačkasta naelektrisanja, $Q_1 = 1 \text{ pC}$, $Q_2 = 2 \text{ pC}$ i $Q_3 = 3 \text{ pC}$, nalaze se u vazduhu na istom pravcu, pri čemu se naelektrisanje Q_2 nalazi između naelektrisanja Q_1 i Q_3 . Rastojanje između naelektrisanja Q_1 i Q_2 je $r_{12} = 2 \text{ cm}$, a rastojanje između naelektrisanja Q_2 i Q_3 je $r_{23} = 3 \text{ cm}$.

- a) Odrediti elektrostatičku silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja deluje na naelektrisanje Q_2 .
- b) Odrediti elektrostatičku silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja deluje na naelektrisanje Q_3 .

Rešenje:

2. ELEKTROSTATIČKO POLJE

U ovoj vežbi:

- Elektrostatičko polje
- Električno polje
- Probno opterećenje
- Razlaganje vektora
- Princip superpozicije

Teorijska Osnova

Definicija

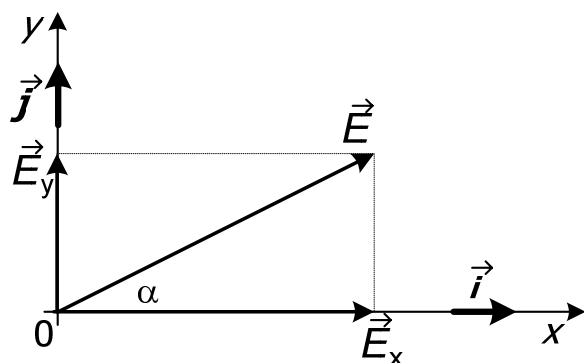
- Fizičko stanje u okolini naelektrisanih tela koje se manifestuje silom koja deluje na probno opterećenje, uneto u polje, naziva se **elektrostatičko polje** ukoliko ta naelektrisana tela miruju. Ukoliko se naelektrisana tela kreću – to polje se naziva **električno**. Priroda ovih polja je ista.
- **Vektor jačine elektrostatičkog polja** je vektorska veličina koja kvantitativno određuje električno polje. Ima isti pravac i smer kao elektrostatička sila:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_p}$$

Probno opterećenje Q_p je tačkasto naelektrisanje koje koristimo u eksperimentima, a tako je osmišljeno da ne utiče na rezultate eksperimenta. Znači: uvek je pozitivno i barem dva reda veličine (barem 100 puta) manjeg naelektrisanja od ostalih naelektrisanja u okolini.

Šta je x komponenta vektora polja, a šta je y komponenta vektora polja?

To su projekcije vektora polja na x i y ose koordinatnog sistema u ravni.



Slika 2.1

$$\vec{E}_x = |\vec{E}_x| \cdot \vec{i} = |\vec{E}| \cdot \cos \alpha \cdot \vec{i}$$

$$\vec{E}_y = |\vec{E}_y| \cdot \vec{j} = |\vec{E}| \cdot \sin \alpha \cdot \vec{j}$$

gde su :

\vec{i} - jedinični vektor x -ose (on definiše pravac i smer x -ose),

\vec{j} - jedinični vektor y -ose (on definiše pravac i smer y -ose),

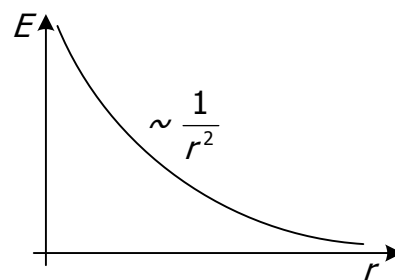
$|\vec{E}|$ - intenzitet vektora \vec{E} ,

$|\vec{E}_x|$ - intenzitet projekcije vektora \vec{E} na x -osu,

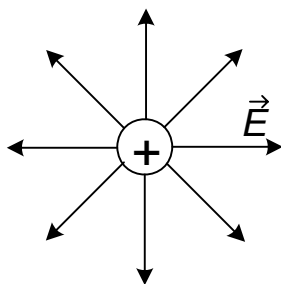
$|\vec{E}_y|$ - intenzitet projekcije vektora \vec{E} na y -osu.

Polje u okolini tačkastog naelektrisanja je *radijalno* i opada sa kvadratom rastojanja u svim pravcima.

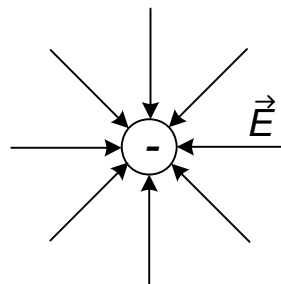
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q_p}{r^2} \cdot \vec{r}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r}_0$$



Slika 2.2



Slika 2.3 linije elektrostatickog polja uvek su usmerene od pozitivnog naelektrisanja



Slika 2.4 linije elektrostatickog polja uvek su usmerene ka negativnom naelektrisanju

Linije elektrostatickog polja su linije na koje je vektor elektrostatickog polja tangentan u svakoj tački.

Elektrostaticko polje u tački A jednako je vektorskom zbiru elektrostatickih polja koja stvaraju pojedina naelektrisanja u tački A (*princip superpozicije*). Na primer, u tački A koja se nalazi u okolini tri tačkasta naelektrisanja, elektrostaticko polje je:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3.$$

Jedinica za jačinu elektrostatickog polja je $\frac{N}{C}$ ili $\frac{V}{m}$.

Zadatak Vežbe

Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

2.1 a) Odrediti vektor jačine elektrostatičkog polja na rastojanju $r = 0,2$ m od tačkastog naelektrisanja $Q_1 = 4 \cdot 10^{-11}$ C.

b) Ako se u tačku na rastojanju $r = 0,2$ m od tačkastog naelektrisanja Q_1 postavi tačkasto naelektrisanje $Q_2 = 6 \cdot 10^{-11}$ C odrediti silu (njen intenzitet, pravac i smer) koja deluje na naelektrisanje Q_2 ?

c) Odrediti silu koja bi delovala na tačkasto naelektrisanje $Q_3 = -6 \cdot 10^{-11}$ C postavljeno u istu tačku.

d) Uraditi isti zadatak pod a), b) i c) ako je $Q_1 = -4 \cdot 10^{-11}$ C.

Rešenje:

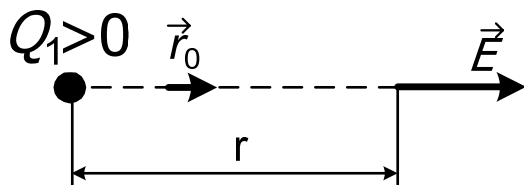
Vektor jačine elektrostatičkog polja koje oko sebe stvara tačkasto naelektrisanje Q , na rastojanju r , u vazduhu, jednak je:

$$\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r}_0,$$

gde je \vec{r}_0 jedinični vektor koji je uvek usmeren od naelektrisanja Q , bez obzira na znak naelektrisanja.

a) Zamenom brojnih vrednosti u izraz za vektor jačine elektrostatičkog polja dobijamo:

$$\vec{E} = k \cdot \frac{Q_1}{r^2} \cdot \vec{r}_0 = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{4 \cdot 10^{-11} \text{C}}{(0,2 \text{ m})^2} \vec{r}_0 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-11} \text{ N}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} \vec{r}_0 = 9 \cdot 10^{9-11+2} \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{r}_0 = 9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{r}_0.$$



Slika 2.5

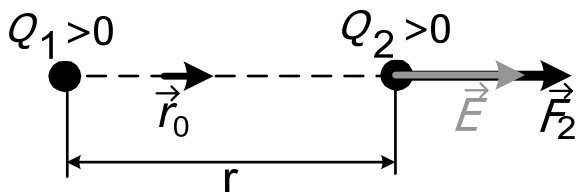
Algebarski intenzitet jačine elektrostatičkog polja je $E = 9 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ i pozitivan je, pa se smer ovog vektora poklapa sa smerom jediničnog vektora \vec{r}_0 - usmeren je od tačkastog naelektrisanja kao što je prikazano na slici 2.5. Uopšte, elektrostatičko polje, koje stvara pozitivno tačkasto naelektrisanje, je radijalno, a vektor jačine elektrostatičkog polja je uvek usmeren od naelektrisanja.

b) Silu koja deluje na tačkasto naelektrisanje postavljeno u blizinu drugog tačkastog naelektrisanja možemo izračunati primenom Kulonovog zakona, kao u zadatku 1.1, ili preko vektora jačine elektrostatičkog polja, koji smo prethodno odredili. S obzirom da smo u ovom zadatku pod a) odredili vektor jačine elektrostatičkog polja u posmatranoj tački, silu na tačkasto naelektrisanje Q_2 određujemo kao proizvod vektora jačine elektrostatičkog polja i algebarske vrednosti naelektrisanja:

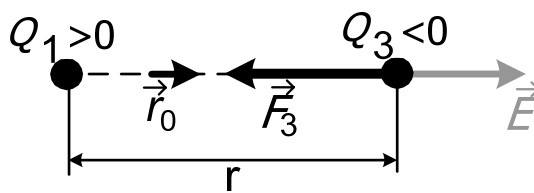
$$\vec{F}_2 = \vec{E} \cdot Q_2 = 9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{r}_0 \cdot 6 \cdot 10^{-11} \text{ C} = 54 \cdot 10^{-11} \text{ N } \vec{r}_0.$$

Sila \vec{F}_2 je istog pravca i smera kao vektor \vec{E} , jer je naelektrisanje Q_2 pozitivno. Iz izraza vidimo da se smer sile poklapa sa smerom jediničnog vektora \vec{r}_0 , odnosno da je sila odbojna i da je jednaka

sili \vec{F}_{12} iz zadatka I.1.1. Dakle, s obzirom da su vrednosti naelektrisanja Q_1 i Q_2 iste kao u zadatku 1.1, kao što je očekivano dobili smo isti rezultat. Vektor \vec{F}_2 je prikazan na slici 2.5.



Slika 2.6



Slika 2.7

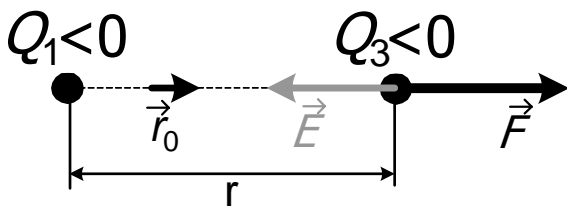
c) Kada se u istu tačku postavi negativno naelektrisanje Q_3 , sila koja deluje na to naelektrisanje je:

$$\vec{F}_3 = \vec{E} \cdot Q_3 = 9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{r}_0 \cdot (-6 \cdot 10^{-11} \text{C}) = -54 \cdot 10^{-11} \text{N} \vec{r}_0$$

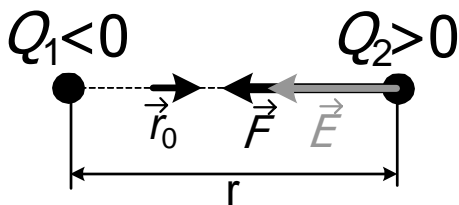
S obzirom da je naelektrisanje Q_3 iste brojne vrednosti kao i naelektrisanje Q_2 a suprotnog znaka, sila \vec{F}_3 ima isti intenzitet kao sila \vec{F}_2 ali je suprotnog smera. Dakle, pošto je naelektrisanje Q_3 negativno, sila \vec{F}_3 je istog pravca a suprotnog smera od vektora jačine elektrostatičkog polja \vec{E} u posmatranoj tački, kao što je prikazano na slici 2.7.

d) Zamenom brojnih vrednosti u izrazu za vektor jačine elektrostatičkog polja dobijamo:

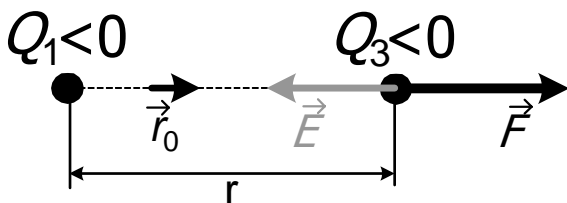
$$\vec{E} = k \cdot \frac{Q_1}{r^2} \cdot \vec{r}_0 = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(-4 \cdot 10^{-11} \text{C})}{(0,2 \text{m})^2} \vec{r}_0 = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-11}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{r}_0 = -9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{r}_0.$$



Slika 2.8



Slika 2.9



Slika 2.10

Algebarski intenzitet jačine elektrostatičkog polja je:

$$E = -9 \frac{\text{N}}{\text{C}},$$

i pošto je negativan, smer ovog vektora je suprotan od smera jediničnog vektora \vec{r}_0 (uvek usmerenog od naelektrisanja) – vektor \vec{E} je usmeren ka tačkastom naelektrisanju kao što je prikazano na slici 2.8. Uopšte, elektrostatičko polje, koje stvara negativno tačkasto naelektrisanje, je radijalno, a vektor jačine elektrostatičkog polja je uvek usmeren ka naelektrisanju.

Sila koja deluje na naelektrisanje Q_2 postavljeno u posmatranu tačku je:

$$\vec{F}_2 = \vec{E} \cdot Q_2 = -9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{r}_0 \cdot 6 \cdot 10^{-11} \text{C} = -54 \cdot 10^{-11} \text{N} \vec{r}_0$$

Sila koja deluje na naelektrisanje Q_3 postavljeno u posmatranu tačku je:

$$\vec{F}_3 = \vec{E} \cdot Q_3 = -9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{r}_0 \cdot (-6 \cdot 10^{-11} \text{C}) = 54 \cdot 10^{-11} \text{N} \vec{r}_0$$

2.2 Koliki je intenzitet sile koja deluje na tačkasto naelektrisanje $Q = 10 \text{ pC}$ koje se nalazi u tački u kojoj je jačina elektrostatickog polja $E = 3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$?

Rešenje:

2.3 Dva tačkasta naelektrisanja $Q_1 = 1 \text{ pC}$ i $Q_3 = 3 \text{ pC}$ nalaze se na rastojanju $r_{13} = 5 \text{ cm}$ u vazduhu.

a) Odrediti vektor jačine elektrostatickog polja u tački A koja se nalazi na pravoj između ova dva naelektrisanja, a udaljena je od naelektrisanja Q_1 za $r_{12} = 2 \text{ cm}$.

b) Odrediti silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja deluje na naelektrisanje $Q_2 = 2 \text{ pC}$ koje je postavljeno u tačku A.

Rešenje:

3. ELEKTROSTATIČKI POTENCIJAL

U ovoj vežbi:

- Elektrostatički potencijal
- Tačka nultog potencijala
- Napon
- Ekvipotencijalna površina

Teorijska Osnova

Definicija

- **Elektrostatički potencijal** neke tačke je količnik elektrostatičke potencijalne energije probnog naelektrisanja u toj tački i njegove količine naelektrisanja. Jedinica za elektrostatički potencijal je Volt [V].

$$V = \frac{W_e}{Q_p}$$

Elektrostatički potencijal neke tačke se izračunava u opštem slučaju kao linijski integral vektora elektrostatičkog polja duž bilo koje putanje, računato od tačke čiji potencijal tražimo pa do referentne tačke.

$$V_A = \int_A^R \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Referentna tačka je tačka u odnosu na koju se elektrostatički potencijal određuje. Ona se može proizvoljno izabrati, ali se najčešće za referentnu tačku uzima tačka u beskonačnosti. Često se ta tačka zove i *tačka nultog potencijala* zato što je elektrostatički potencijal referentne tačke 0V.

Razlika elektrostatičkih potencijala dveju tačaka je **napon**. Jedinica za napon je Volt [V].

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Zašto je uopšte uvedena razlika potencijala kao potpuno nova fizička veličina? Zato što elektrostatički potencijal zavisi od izbora referentne tačke, a napon ne.

$$V_A - V_B = \int_A^R \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_B^R \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^R \vec{E} \cdot d\vec{l} - \left(- \int_R^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \right) = \int_A^R \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_R^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = U_{AB}$$

Zašto je $U_{AB} = -U_{BA}$?

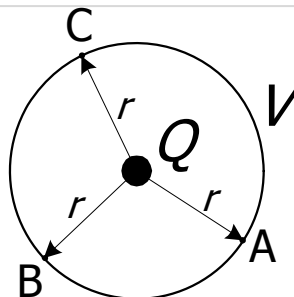
$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \left(- \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \right) = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = -U_{BA}$$

Na primer, ako je napon $U_{12} = 10\text{V}$, onda je napon $U_{21} = -10\text{V}$. Ako je napon $U_{MN} = -50\text{V}$, onda je napon $U_{NM} = 50\text{V}$.

Ekvipotencijalna površina je površina čije su sve tačke na istom potencijalu.

Primer 1

$$\left. \begin{aligned} V_A &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \\ V_B &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \\ V_C &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_A = V_B = V_C$$



Pošto su sve tačke ove sfere na istom rastojanju od naelektrisanja Q , onda je i njihov elektrostatički potencijal isti. Zato ova sfera predstavlja ekvipotencijalnu površinu.

Zadatak Vežbe

Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

3.1 Odrediti potencijal tačke koja se nalazi na rastojanju $r_1 = 0,2$ m od tačkastog naelektrisanja $Q_1 = 4 \cdot 10^{-11}$ C u odnosu na referentnu tačku u beskonačnosti.

Rešenje:

Potencijal je skalarna veličina. Elektrostatički potencijal koji stvara tačkasto naelektrisanje $Q_1 = 4 \cdot 10^{-11}$ C na rastojanju $r_1 = 0,2$ m od njega dobija se po formuli:

$$V_1 = k \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{4 \cdot 10^{-11} \text{C}}{0,2 \text{ m}} = 1,8 \text{ V} .$$

Dakle, pozitivno naelektrisanje stvara pozitivan potencijal u prostoru oko sebe.

3.2 Tri tačkasta naelektrisanja $Q_A = 10 \text{ pC}$, $Q_B = -10 \text{ pC}$ i $Q_C = 10 \text{ pC}$ nalaze se u vakuumu u temenima jednakostraničnog trougla stranice $a = \sqrt{3} \text{ m}$. Odrediti potencijal u centru (težištu) trougla.

Rešenje:

3.3 Dva mala naelektrisanja $Q_1 = 4 \text{ pC}$ i $Q_2 = 2 \text{ pC}$, nalaze se u vazduhu na rastojanju $r = 30 \text{ cm}$, kao na slici.

a) Odrediti vektor jačine elektrostatičkog polja u tački A koja se nalazi na pravoj između ova dva naelektrisanja, a udaljena je od naelektrisanja Q_1 za $r_1 = 20 \text{ cm}$.

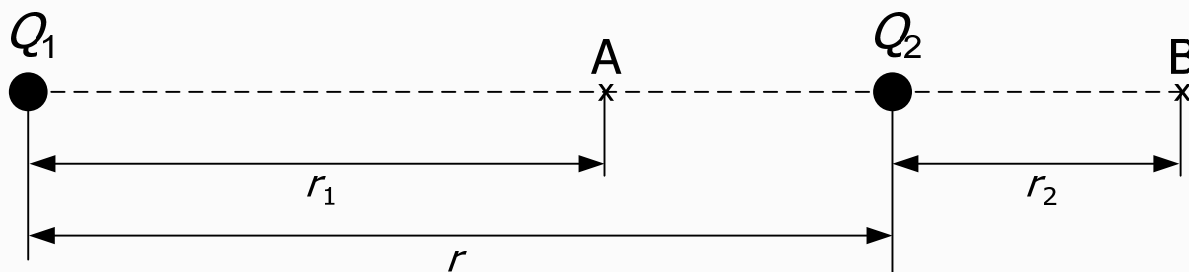
b) Odrediti vektor jačine elektrostatičkog polja u tački B koja se nalazi na pravoj koju određuju ova dva naelektrisanja, sa strane naelektrisanja Q_2 , a udaljena je od njega za $r_2 = 10 \text{ cm}$.

c) Odrediti potencijale tačaka A i B.

d) Odrediti napon U_{AB} . Koliki je napon U_{BA} ?

e) Odrediti silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja bi delovala na naelektrisanje $Q_{pA} = 1 \text{ pC}$ kada bi se postavilo u tačku A.

f) Odrediti silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja bi delovala na naelektrisanje $Q_{pB} = -1 \text{ pC}$ kada bi se postavilo u tačku B.



Rešenje:

3.4 Tri tačkasta naelektrisanja $Q_1 = 2 \text{ nC}$, $Q_2 = -5 \text{ nC}$ i $Q_3 = 10 \text{ nC}$ nalaze se u vakuumu u temenima kvadrata stranice $a = 10 \text{ cm}$.

- a) Odrediti potencijal četvrtog temena kvadrata.
- b) Odrediti razliku potencijala između četvrtog temena kvadrata i centra kvadrata.
- c) Nacrtati i izračunati komponente elektrostatičkog polja u tački D koje potiču od pojedinih naelektrisanja.

Rešenje:

4. GAUSOV ZAKON

U ovoj vežbi:

- Gausov zakon
- Uopšten Gausov zakon
- Slobodna naelektrisanja
- Vezana naelektrisanja
- Polarizacija dielektrika
- Vektor električne indukcije

Teorijska Osnova

Definicija

- **Gausov zakon** glasi: Izlazni fluks vektora jačine elektrostatickog polja kroz bilo koju zamišljenu zatvorenu površinu jednak je količniku ukupnog slobodnog naelektrisanja obuhvaćenog tom površinom i dielektrične konstante vakuuma ϵ_0 :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Gausovim zakonom se izračunava vektor elektrostatickog polja \vec{E} . Gausov zakon važi u vakuumu, a približno važi i u vazduhu.

Definicija

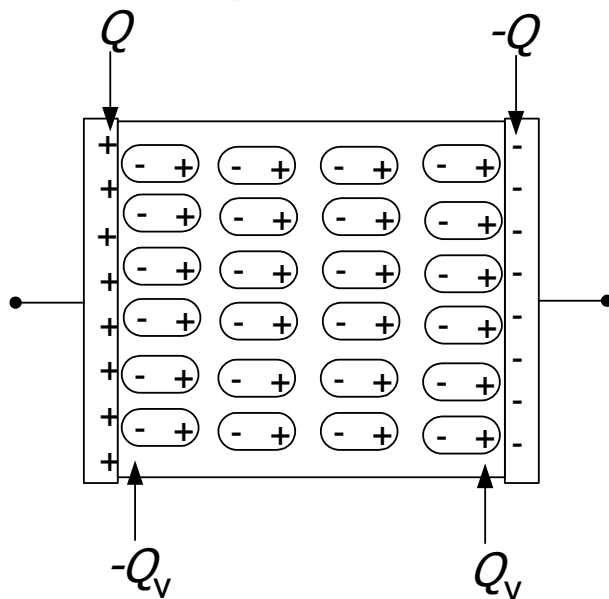
- U drugim dielektričnim sredinama važi **uopšteni Gausov zakon**: Izlazni fluks vektora električne indukcije (dielektričnog pomeraja) kroz bilo koju zatvorenu zamišljenu površinu jednak je ukupnom slobodnom naelektrisanju obuhvaćenom tom površinom.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

Elektroni u provodniku su *slobodna naelektrisanja*. Postoje i *vezana naelektrisanja*. To su ona naelektrisanja koja se izdvajaju uz samu ivicu dielektrika unetog u polje. *Vezana naelektrisanja* su posledica polarizacije dielektrika.

Polarizacija dielektrika je pojava pri kojoj dolazi do razdvajanja centara pozitivnih i negativnih naelektrisanja u atomu dielektrika. Od neutralnih atoma stvaraju se električni dipoli i orijentišu se u smeru polja u koje smo uneli dielektrik, kao što je prikazano na slici. Spolja gledano, pozitivni i

negativni krajevi susjednih dipola u dielektriku se poništavaju. Ostaju neponištena samo vezana naelektrisanja u sloju dielektrika neposredno uz površinu. Negativna su u onom sloju koji je najbliži pozitivnom izvoru polja, a pozitivna naelektrisanja su na suprotnom kraju dielektrika (koji je najbliži negativnom izvoru elektrostatičkog polja).



Slika 4.1 Polarizacija dielektrika

Vektor električne indukcije je vektorska veličina koja objedinjuje vektor polja i polarizaciju dielektrika unetog u polje.

U linearnim homogenim dielektricima vektor električne indukcije \vec{D} linearno zavisi od vektora jačine polja \vec{E} , a linearnost je izražena preko apsolutne dielektrične konstante ε

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}.$$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$, gde je:

- ε apsolutna dielektrična konstanta, jedinica je $\frac{C^2}{Nm^2}$ ili $\frac{F}{m}$.
- ε_0 dielektrična konstanta vakuuma i vazduha, iz formule se vidi da je jedinica za apsolutnu dielektričnu konstantu ε ista kao za ε_0 , dakle $\frac{C^2}{Nm^2}$ ili $\frac{F}{m}$.
- ε_r relativna dielektrična konstanta. To je neimenovan broj, što znači da nema jedinicu.

Zadatak Vežbe

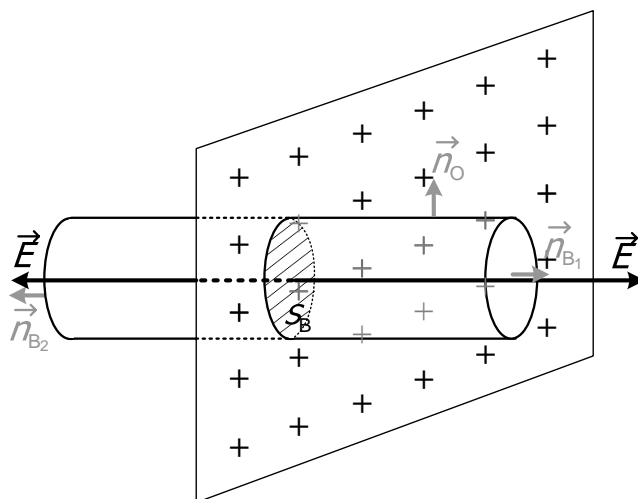
Na osnovu urađenog primera probaj da sve uradiš sam ispočetka.

4.1. Odrediti vektor jačine električnog polja u okolini beskonačne tanke ravnomerno naelektrisane ploče u vazduhu.

Rešenje:

Pretpostavimo da je ploča pozitivno naelektrisana. Ploča je beskonačna, a naelektrisanje je ravnomerno raspoređeno po ploči i linije vektora jačine električnog polja normalne na ploču, a vektor \vec{E} je usmeren od ploče (pozitivno je naelektrisana). Intenzitet vektora \vec{E} je isti u svim tačkama, tj. polje je homogeno. Dakle, odredili smo pravac i smer vektora \vec{E} . Da bismo odredili intenzitet ovog vektora primenićemo Gausov zakon. Odredićemo najpre površinu S kroz koju određujemo fluks vektora \vec{E} , $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$. To može biti bilo koja zatvorena površina, ali ćemo izabrati

takvu površinu kroz koju je najlakše odrediti taj fluks. Jedna takva površina je valjak koji probija ploču, a čiji omotač je normalan na ploču i osnove paralelne sa pločom (Slika 4.2). Vektor $d\vec{S}$ ima intenzitet koji je jednak površini dS , pravac je normalan na površinu dS , a usvojeno je da je uvek usmeren od zatvorene površine S . Vektor normale \vec{n} je vektor čiji je intenzitet jednak 1, pa je $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$.



Slika 4.2

Integral $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$ rešavamo tako što valjak podelimo na tri površine, dve osnove i omotač:

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \int_{S_{B1}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{S_{B2}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{S_0} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \\ &= \int_{S_{B1}} E \cdot dS \cdot \cos(\vec{E}, \vec{n}_{B1}) + \int_{S_{B2}} E \cdot dS \cdot \cos(\vec{E}, \vec{n}_{B2}) + \int_{S_0} E \cdot dS \cdot \cos(\vec{E}, \vec{n}_0). \end{aligned}$$

S obzirom da je vektor \vec{E} paralelan sa omotačem valjka ugao između vektora \vec{E} i $d\vec{S}$ jednak je $\pi/2$, pa je kosinus jednak nuli. Vektor \vec{E} je normalan na osnove valjka pa je ugao između vektora \vec{E} i $d\vec{S}$ jednak nuli, a kosinus je jednak jedinici. Dakle, fluks je:

$$\int_{S_{B1}} E \cdot dS + \int_{S_{B2}} E \cdot dS = E \int_{S_{B1}} dS + E \int_{S_{B1}} dS = E \left(\int_{S_{B1}} dS + \int_{S_{B1}} dS \right) = 2E \cdot S,$$

gde je intenzitet vektora \vec{E} izvučen ispred integrala jer je konstantan. Integral $\int_{S_B} dS$ predstavlja zbir elementarnih površina dS po površini osnove valjka S_B , pa je integral upravo jednak površini S_B .

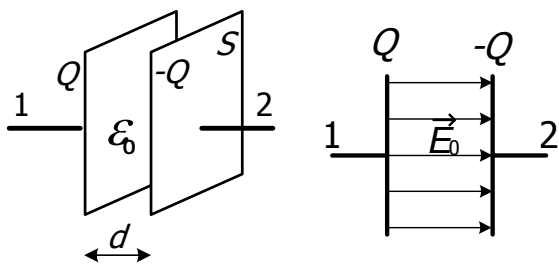
Sa desne strane jednakosti Gausovog zakona nalazi se količina naelektrisanja obuhvaćena površinom S podeljena dielektričnom konstantom vakuuma ϵ_0 :

$$2E \cdot S = \frac{\Delta Q}{\epsilon_0},$$

odakle se dobija izraz za intenzitet električnog polja oko beskonačne naelektrisane ravni:

$$E = \frac{\Delta Q}{2S\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

U ovom izrazu σ predstavlja površinsku gustinu naelektrisanja i jednaka je količniku naelektrisanja i površine koja obuhvata to naelektrisanje. Jedinica za površinsku gustinu naelektrisanja je $\frac{C}{m^2}$.

Vazdušni pločast kondenzator

Elektrostatičko polje u kondenzatoru je:

$$E_0 = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

Napon na krajevima kondenzatora je:

$$U = E \cdot d = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d$$

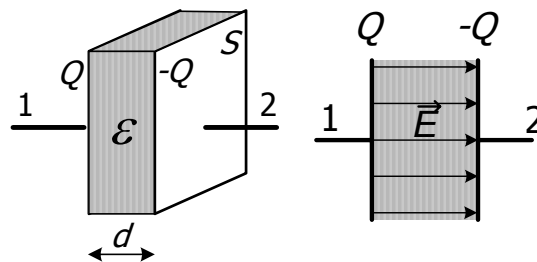
Kapacitivnost kondenzatora je:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

ϵ_0 dielektrična konstanta vakuuma

S površina elektrode

d rastojanje između elektroda

Pločast kondenzator sa dielektrikom

Elektrostatičko polje u kondenzatoru je:

$$E = \frac{Q}{\epsilon \cdot S} = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r \cdot S}$$

Napon na krajevima kondenzatora je:

$$U = E \cdot d = \frac{Q}{\epsilon \cdot S} d = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r \cdot S} d$$

Kapacitivnost kondenzatora je:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon \cdot S}{d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \cdot S}{d}$$

ϵ apsolutna dielektrična konstanta

ϵ_r relativna dielektrična konstanta

S površina elektrode

d rastojanje između elektroda

Kapacitivnost kondenzatora može se povećati ako se poveća površina elektroda, smanji rastojanje između elektroda ili upotrebi dielektrik sa što većom dielektričnom konstantom.

Postoje kondenzatori sa čvrstim dielektrikom (papir, liskun, polimeri, keramike, staklo), tečnim dielektrikom (prirodna i sintetička ulja) i gasovitim dielektrikom (vazduh).

Jedinica za kapacitivnost je *Farad* (F).

Ponekad se kondenzatori povezuju u grupu. Transfigurisati grupu kondenzatora znači naći ekvivalentnu kapacitivnost kondenzatora koja bi zamenila celu grupu.

- Redna veza kondenzatora

Karakteristika redne veze je da su elementi vezani u istoj grani, što znači da kondenzatori imaju istu količinu naelektrisanja na elektrodama, pod uslovom da nisu bili opterećeni pre nego što su vezani u kolo.

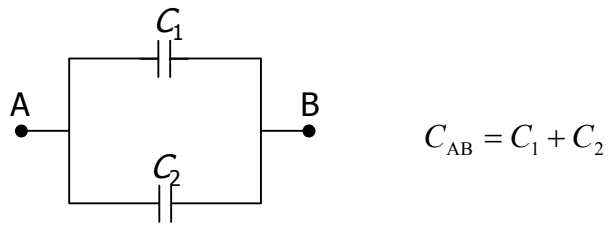


Slika 5.2

$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{AB} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

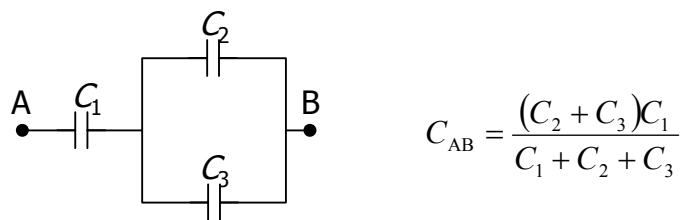
- Paralelna veza kondenzatora

Karakteristika paralelne veze je da su elementi vezani između dve iste tačke, što znači da je napon na njima isti.



Slika 5.3 paralelna veza 2 kondenzatora

- Mešovita veza kondenzatora

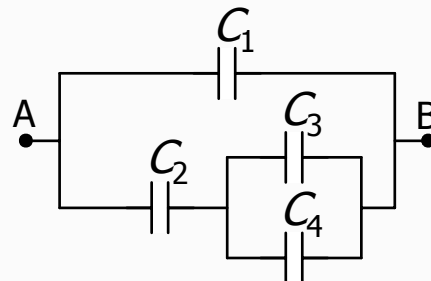


Slika 5.4 Mešovita veza 3 kondenzatora

Zadatak Vežbe

Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

5.1 Izračunati ekvivalentnu kapacitivnost C_e grupe kondenzatora prikazane na slici, ako je $C_1 = 20$ nF, $C_2 = 30$ nF, $C_3 = 45$ nF, $C_4 = 15$ nF.



Rešenje:

Ekvivalentnu kapacitivnost određivaćemo postupno, zamenjujući grupe kondenzatora ekvivalentnim kapacitivnostima:

- kondenzatori C_3 i C_4 su vezani paralelno pa je ekvivalentna kapacitivnost:

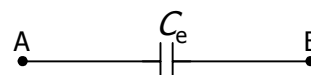
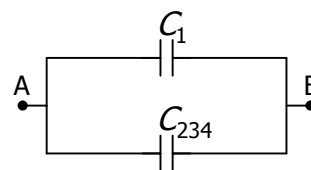
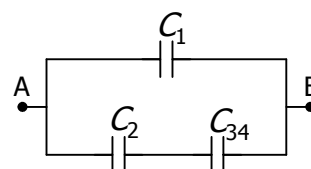
$$C_{34} = C_3 + C_4 = 45 \text{ nF} + 15 \text{ nF} = 60 \text{ nF};$$

- kondenzatori C_2 i C_{34} su vezani redno pa je:

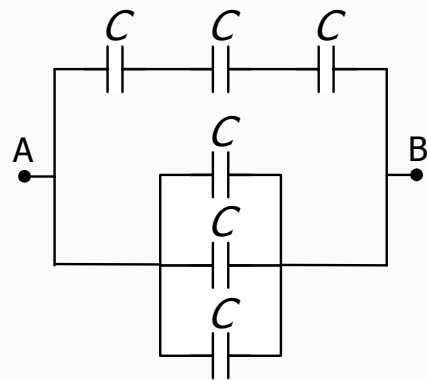
$$\frac{1}{C_{234}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{34}} \Rightarrow C_{234} = \frac{C_2 C_{34}}{C_2 + C_{34}} = \frac{30 \text{ nF} \cdot 60 \text{ nF}}{30 \text{ nF} + 60 \text{ nF}} = 20 \text{ nF};$$

- kondenzatori C_1 i C_{234} su vezani paralelno pa je ekvivalentna kapacitivnost:

$$C_e = C_{1234} = C_1 + C_{234} = 20 \text{ nF} + 20 \text{ nF} = 40 \text{ nF}.$$



5.2 Izračunati ekvivalentnu kapacitivnost C_e grupe kondenzatora prikazane na slici, ako je $C = 30 \text{ pF}$.



Rešenje:

5.3 Dva kondenzatora, $C_1 = 100 \text{ nF}$ i $C_2 = 25 \text{ nF}$, vezana su redno i priključena na napon $U_{AB} = 10 \text{ V}$.

a) Odrediti količine naelektrisanja na pojedinim kondenzatorima, kao i količinu naelektrisanja na ekvivalentnom kondenzatoru priključenom na isti napon.

b) Odrediti napone na pojedinim kondenzatorima.

c) Odrediti energije pojedinih kondenzatora, kao i energiju ekvivalentnog kondenzatora priključenog na isti napon.

Rešenje:

5.4 Veza kondenzatora prikazana na slici priključena je na napon $U_{AB} = 80 \text{ V}$. Kapacitivnosti kondenzatora su:

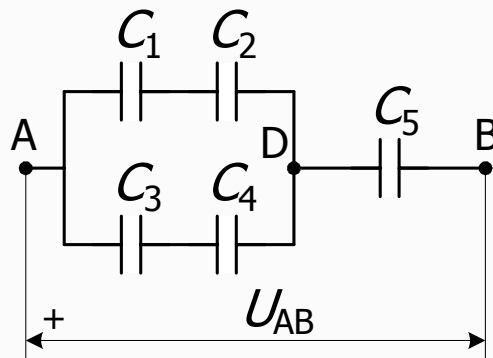
$$C_1 = 15 \text{ pF}, C_2 = 30 \text{ pF}, C_3 = 30 \text{ pF},$$

$$C_4 = 60 \text{ pF}, C_5 = 10 \text{ pF}.$$

a) Izračunati ekvivalentnu kapacitivnost veze C_e .

b) Izračunati napon U_5 na kondenzatoru C_5 .

c) Izračunati energiju W_{e2} kondenzatora C_2 .



Rešenje:

6. ENERGIJA ELEKTROSTATIČKOG POLJA

U ovoj vežbi:

- › Energija kondenzatora
- › Energija elektrostatičkog polja

Teorijska Osnova

Energija kondenzatora je energija koju poseduje kondenzator. Jednaka je radu uloženom za naelektrisanje elektroda kondenzatora. Energija kondenzatora može se izračunati prema obrascima:

$$W_e = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Energija elektrostatičkog polja može da se izrazi i preko zapreminske gustine energije w_e :

$$W_e = \int_V w_e \cdot dV,$$

gde je:

$$w_e = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot E^2 = \frac{1}{2} \frac{D^2}{\varepsilon}$$

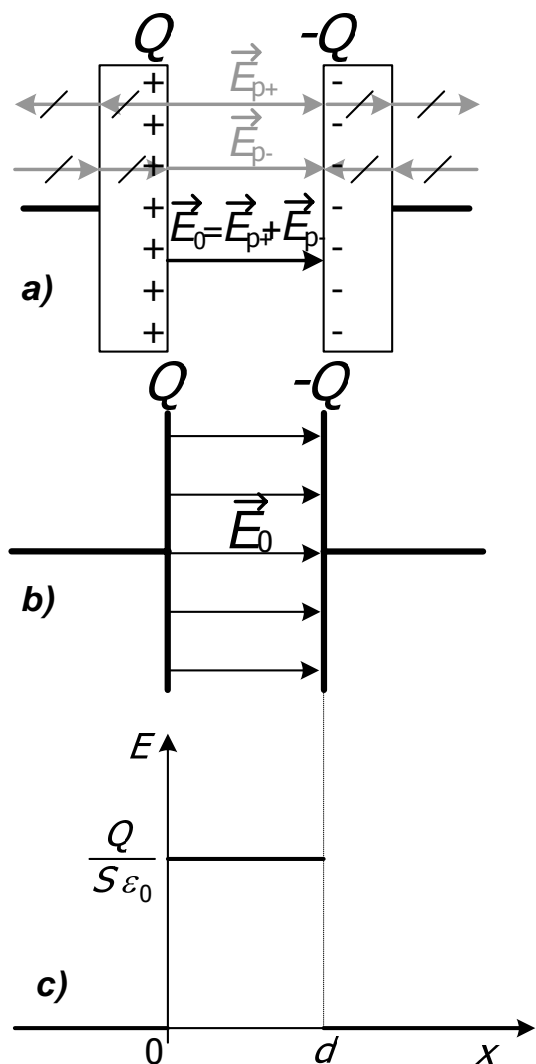
Jedinica za energiju u elektrostatičkom polju je *Džul* [J].

Zadatak Vežbe

Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

6.1. Odrediti kapacitivnost pločastog vazdušnog kondenzatora površine elektroda $S = 20 \text{ cm}^2$, koje se nalaze na rastojanju $d = 1 \text{ cm}$.

Rešenje:



Slika 6.1

Pošto je sve naelektrisanje raspoređeno u tankom sloju uz unutrašnje strane elektroda pločasti kondenzator se predstavlja kao na slici 6.1b, kao da su elektrode beskonačno tanke.

Ukupno električno polje unutar i izvan pločastog kondenzatora dobijamo vektorskim sabiranjem električnog polja od pozitivne elektrode, \vec{E}_{p+} , i električnog polja od negativne elektrode, \vec{E}_{p-} . Pošto su polja istog pravca možemo im algebarski sabrati intenzitete, ako su istog smera (kao unutar

Kondenzator čine dve provodne elektrode između kojih se nalazi dielektrik. Elektrode su naelektrisane istom količinom naelektrisanja suprotnog znaka. Pločast kondenzator prikazan je na slici 6.1. Elektrode pločastog kondenzatora su dve metalne ploče istih dimenzija. Bez obzira na debljinu elektroda uz primenu Gausovog zakona i činjenicu da je električno polje u provodnicima u elektrostatici jednako nuli, može se pokazati da je sve slobodno naelektrisanje Q , kojim su naelektrisane elektrode, ravnomerno raspoređeno po samoj površini unutrašnjih strana elektroda kao što je prikazano na slici 6.1a (sam dokaz prevazilazi okvire ove knjige). Pri tome su zanemareni ivični efekti na krajevima kondenzatora. Zbog toga to površinsko naelektrisanje elektroda posmatramo kao beskonačno tanku naelektrisanu ploču, za jednu elektrodu pozitivno, a za drugu negativno. Električno polje u okolini takve ploče je homogeno, a linije polja su normalne na površinu ploče, kao što je prikazano na slici 6.1b. Intenzitet električnog polja je:

$$E_{p+} = E_{p-} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2S\epsilon_0}.$$

kondenzatora), odnosno oduzeti ako su suprotnog smera (kao izvan kondenzatora). Dolazimo do zaključka da se polja izvan kondenzatora potiru, odnosno da, uz zanemarivanje ivičnih efekata, **nema električnog polja izvan kondenzatora**, a da je **električno polje unutar kondenzatora homogeno i ima intenzitet**:

$$E_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}.$$

Grafik zavisnosti intenziteta električnog polja je prikazan na slici 6.1c.

Napon između ploča kondenzatora računa se kao razlika potencijala elektroda, odnosno:

$$U = V_+ - V_- = \int_0^d \vec{E}_0 \cdot d\vec{x} = \int_0^d E_0 \cdot dl \cos(\vec{E}_0, d\vec{x}) = \int_0^d E_0 \cdot dx = E_0 \int_0^d dx = E_0 \cdot d = \frac{Q \cdot d}{S \cdot \varepsilon_0},$$

gde je $d\vec{x}$ vektor beskonačno malog intenziteta, a pravac i smer se poklapaju sa pravcem i smerom x ose.

Kapacitivnost se definiše kao odnos naelektrisanja na elektrodama i napona između elektroda:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Q \cdot d}{S \cdot \varepsilon_0}} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}.$$

Zamenom brojnih vrednosti iz zadatka dobijamo kapacitivnost ovog kondenzatora:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \frac{20 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{1 \cdot 10^{-2} \text{m}} = 1,77 \cdot 10^{-12} \text{F} = 1,77 \text{ pF}.$$

6.2 Energija pločastog vazdušnog kondenzatora je $W_e = 5 \text{ pJ}$. Kondenzator je priključen na napon $U = 5 \text{ V}$. Rastojanje između ploča kondenzatora je $d = 2 \text{ cm}$. Odrediti:

- a) jačinu električnog polja u kondenzatoru;
- b) količinu naelektrisanja na elektrodama;
- c) kapacitivnost kondenzatora.

Rešenje:

6.3 Energija pločastog kondenzatora je $W_e = 25 \text{ pJ}$. Kondenzator je priključen na napon $U = 10 \text{ V}$. Površina ploča kondenzatora je $S = 10 \text{ cm}^2$. Odrediti jačinu električnog polja u kondenzatoru.

Rešenje:

Jednosmerne struje

Sadržaj:

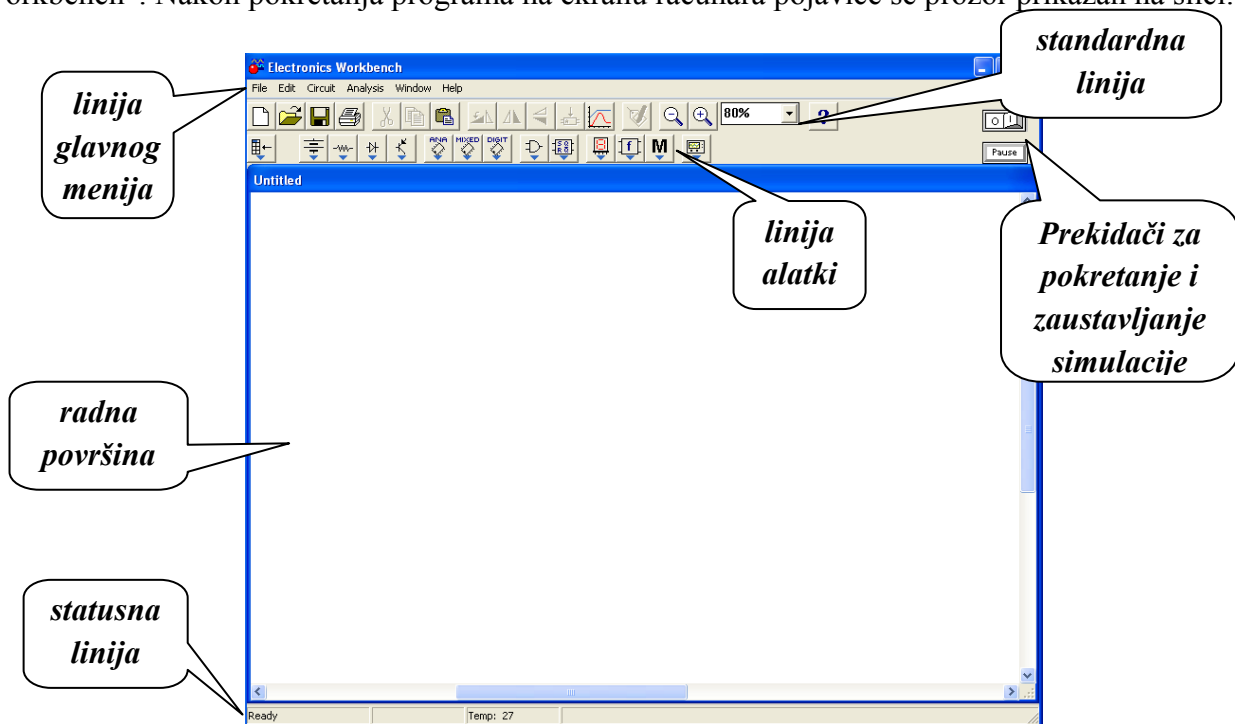
7. ELECTRONIC WORKBENCH TUTORIJAL	37
7.1. Pokretanje programa	37
7.2. Glavni prozor EWB-a	38
7.3. Crtanje električnih šema u EWB-u.....	42
7.4. Simulacija.....	43
8. OMOV ZAKON.....	44
Teorijska Osnova	44
Zadatak Vežbe	50
Provera Omovog zakona	53
9. KIRHOFOVI ZAKONI.....	55
Teorijska Osnova	55
Zadatak Vežbe	57
10. METOD KONTURNIH STRUJA	61
Teorijska Osnova.....	61
Zadatak Vežbe	62
11. TRANSFIGURACIJE KOLA.....	66
Teorijska Osnova	66
Zadatak Vežbe	69
12. TRANSFIGURACIJE GENERATORA U KOLU	72
Teorijska Osnova	72
Zadatak Vežbe	74
13. TEVENENOVA TEOREMA.....	75
Teorijska Osnova	75
Zadatak Vežbe	77
14. TEOREMA SUPERPOZICIJE.....	88
Teorijska Osnova	88
Zadatak Vežbe	89

7. ELECTRONIC WORKBENCH TUTORIJAL

Electronic Workbench (EWB) je programski paket koji se koristi za simulaciju rada elektronskih kola. Namijenjen je za testiranje rada elektronskih uređaja sa ciljem pronalaženja grešaka u radu samog uređaja, kao i njihovo otklanjanje pre izrade prototipa i puštanja u proizvodnju. EWB omogućava studentima elektrotehnike da se upoznaju sa osnovnim principima povezivanja elemenata i mernih instrumenata, kao i korišćenje instrumenata pri merenju fizičkih veličina u električnim kolima.

7.1. Pokretanje programa

Program možemo pokrenuti na dva načina: korišćenjem prečice (*engl. shortcut*) koja se nalazi na radnoj površini (*engl. desktop*) ili preko *start* menija koji se nalazi u donjem levom uglu ekrana *Start*→*Programs*→*Electronic Workbench*, a zatim pokretanjem ikone programa “Electronic Workbench”. Nakon pokretanja programa na ekranu računara pojaviće se prozor prikazan na slici.

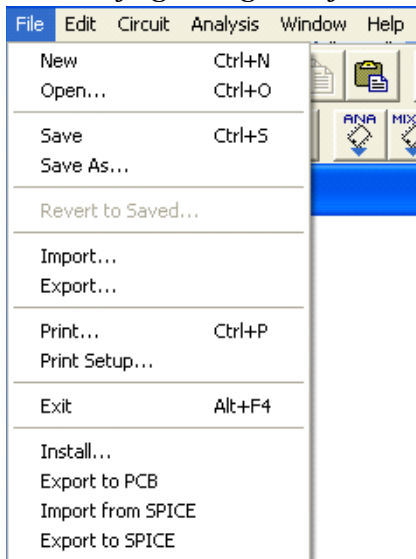


Slika 7.1 Izgled prozora EWB-a

7.2. Glavni prozor EWB-a

Gglavni prozor EWB-a, može se podeliti u nekoliko celina:

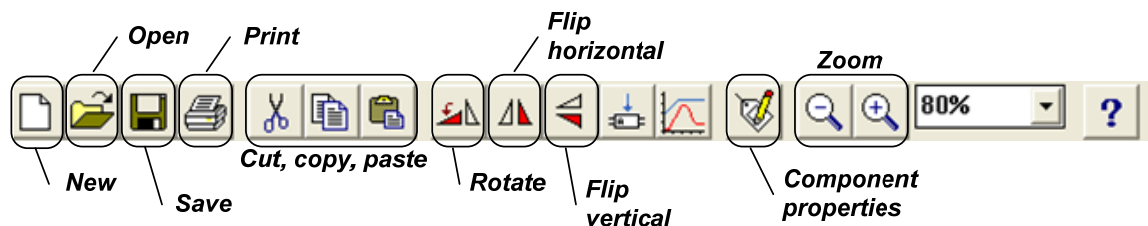
1. **linija glavnog menija** – sadrži padajuće liste sa komandama EWB-a.



Komande padajuće liste **File** se koriste za rad sa datotekama. Komanda **New** kreira i otvara novu datoteku, komanda **Open...** otvara već postojeću datoteku, komande **Save** i **Save As...** služe za snimanje datoteke na disk, a komanda **Exit** služi za izlazak iz programa. Pre izlaska iz programa potrebno je sačuvati sve trenutno otvorene datoteke.

Slika 7.2. Komande padajuće liste File iz linije glavnog menija

2. **standardna linija** – sadrži osnovne komande za rad sa datotekama, koje se takođe nalaze u padajućoj listi **File**, ove komande su date u vidu ikonica koje simbolično ukazuju na funkciju koju obavljaju, a ukoliko se pokazivačem miša zadržimo na nekoj od njih - pojavljuje se tekst koji objašnjava funkciju te ikone (Slika 7.3).

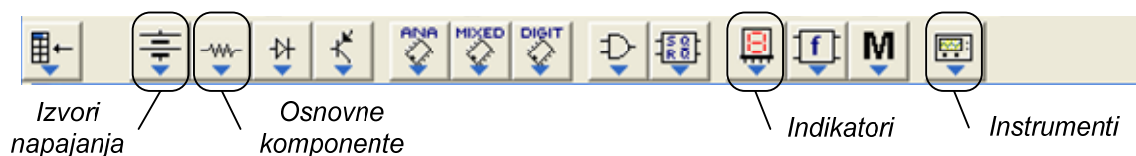


Slika 7.3. Standardna linija ikonica

Ikone imaju sledeće funkcije:

- a) **New** – otvara se nov prostor za crtanje šema
- b) **Open** – otvara se već postojeća datoteka
- c) **Save** – komanda za upisivanje na disk
- d) **Cut, copy, paste** – ove komande imaju istu funkciju kao i u programima za obradu teksta. **Copy** i **cut** služe za kopiranje označenog sadržaja u memoriju. Nakon izvršavanja komande **copy** označen sadržaj se nakon kopiranja u memoriju, još uvek nalazi na radnoj površini, a nakon izvršavanja komande **cut** ovaj sadržaj se briše sa radne površine. Komanda **paste** služi za kopiranje sadržaja iz memorije na radnu površinu i koristi se nakon izvršavanja jedne od komandi **cut** ili **copy**. Označavanje sadržaja obavlja se pritiskanjem levog tastera miša i prevlačenjem pokazivača miša preko željene površine.

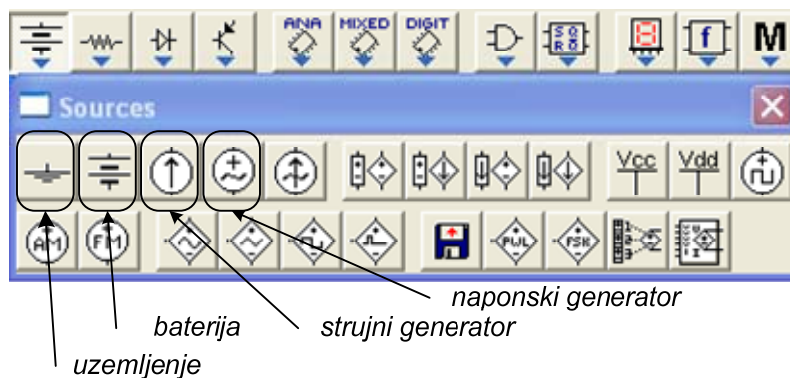
- e) **Rotate** – ovom komandom se rotira označen element oko svoje ose za 90 stepeni u smeru suprotnom od kretanja kazaljke na satu.
 - f) **Flip horizontal** – ovom komandom se označen element okreće oko svoje horizontalne ose (tj. preslikava kao u ogledalu po horizontali)
 - g) **Flip vertical** – ovom komandom se označen element okreće oko svoje vertikalne ose (tj. preslikava kao u ogledalu po vertikali).
 - h) **Component properties** – komanda otvara nov prozor u kojem se izvršavaju podešavanja označenog elementa.
3. **linija alati** – sadrži sve elemente koje podržava EWB (Slika 7.4). Elementi su razvrstani po grupama, a na vežbama iz Osnova elektrotehnike korišćićemo samo elemente iz sledećih grupa: izvori napajanja, osnovni elementi, indikatori i grupe mernih instrumenata.



Slika 7.4 Linija alati

Izvori napajanja (Slika 7.5):

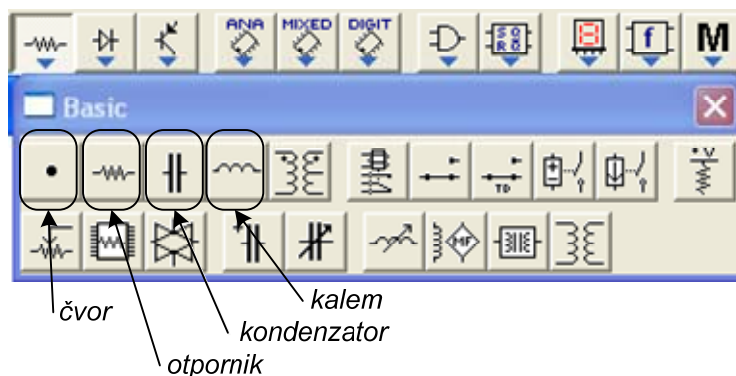
- a) uzemljenje
- b) izvor jednosmernog napona – baterija. Opseg vrednosti napona je u jedinicama od μV do kV .
- c) strujni generator – izvor jednosmerne struje. Opseg vrednosti jačine električne struje je u jedinicama od μA do kA .
- d) izvor prostoperiodičnog naizmeničnog napona. Opseg vrednosti napona je u jedinicama od μV do kV , početna faza se unosi u stepenima, a frekvencija u jedinicama u opsegu od Hz do MHz .



Slika 7.5 Linija alati – podmeni izvori napajanja

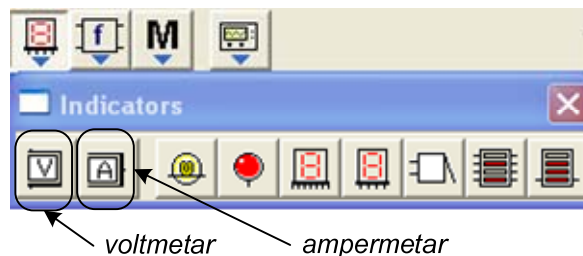
Osnovne komponente (Slika 7.6):

- a) čvor – mesto na kome se seku 2 ili više provodnika
- b) otpornik
- c) kondenzator
- d) kalem



Slika 7.6. Linija alatki – podmeni osnovni elementi

Indikatori koji će biti korišćeni su indikatorski merni instrumenti ampermetar i voltmetar (Slika 7.7). EWB dozvoljava neograničenu količinu indikatorskih mernih instrumenata u šemama, a oni su pogodni za korišćenje zbog jednostavnijeg očitavanja.



Slika 7.7. Linija alatki – podmeni indikatori

Voltmetar je merni instrument koji se koristi za određivanje vrednosti jednosmernog i naizmeničnog napona. Prilikom povezivanja voltmetra u kolo treba poštovati sledeća pravila:

- a) *voltmetar se u kolo uvek vezuje paralelno!* Unutrašnja otpornost voltmetra je vrlo velika (reda veličina od nekoliko $M\Omega$) tako da su promene koje se unose priključivanjem voltmetra u kolo zanemarljive.
- b) *uvek treba nastojati da se voltmetar polarise ispravno!* Voltmetar ima dve elektrode, jedna se priključuje na tačku višeg potencijala (ona se u šemama prikazuje kao pozitivan kraj voltmetra), a druga se povezuje na tačku nižeg potencijala (ona se u šemama prikazuje kao negativan kraj voltmetra).

Polarizacija instrumenata posebno je važna u radu sa realnim analognim instrumentima, koji mogu pretrpeti trajna i ozbiljna oštećenja ukoliko su priključeni nepravilno, za razliku od digitalnih instrumenata kod kojih neispravno polarizovan instrument neće izazvati oštećenja. EWB simulira rad digitalnih mernih instrumenata tako da ukoliko student nije ispravno polarisao instrument dobiće vrednost napona sa promenjenim znakom. Izgled instrumenata u EWB-u prikazan je na slici 7.8.

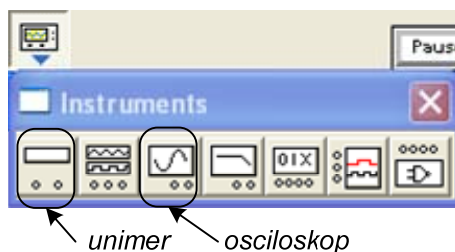


Slika 7.8. Voltmetar (levo) i ampermetar (desno). Zatamnjeni krajevi instrumenata su negativni

Ampermetar je merni instrument koji se koristi za određivanje vrednosti jednosmerne i naizmenične struje (Slika 7.8). Prilikom povezivanja instrumenta u kolo treba poštovati sledeća pravila:

- a) *ampermetar se u kolo uvek vezuje redno!* Unutrašnja otpornost ampermetra je vrlo mala (reda veličina od nekoliko $m\Omega$) tako da su promene koje se unose priključivanjem ampermetra u kolo zanemarljive.
- b) *uvek treba nastojati da se ampermetar polariše ispravno!* Kao i voltmetar, ampermetar ima dve elektrode, ispravno polarisan ampermetar povezan je u kolo tako da struja u toj grani ulazi na pozitivnom kraju instrumenta, a izlazi na negativnom kraju instrumenta.

Iz menija **Merni instrumenti** biće korišćeni: *unimer* (koji će biti korišćen za merenje otpornosti) i *dvokanalni osciloskop* (merni instrument koji služi za prikazivanje oblika naizmeničnog signala kao i za merenje karakterističnih osobina naizmeničnih signala – amplitude, periode, faznog pomeraja itd.). Na radnoj površini može postojati samo po jedan od ovih instrumenata.



Slika 7.9. Podmeni Instrumenti

7.3. Crtanje električnih šema u EWB-u

Crtanje električnih šema u EWB-u obavlja se u 3 koraka:

- 1) postavljanje elemenata na radnu površinu
- 2) rotiranje elemenata
- 3) promena vrednosti elemenata
- 4) povezivanje elemenata

7.3.1. Postavljanje elemenata na radnu površinu

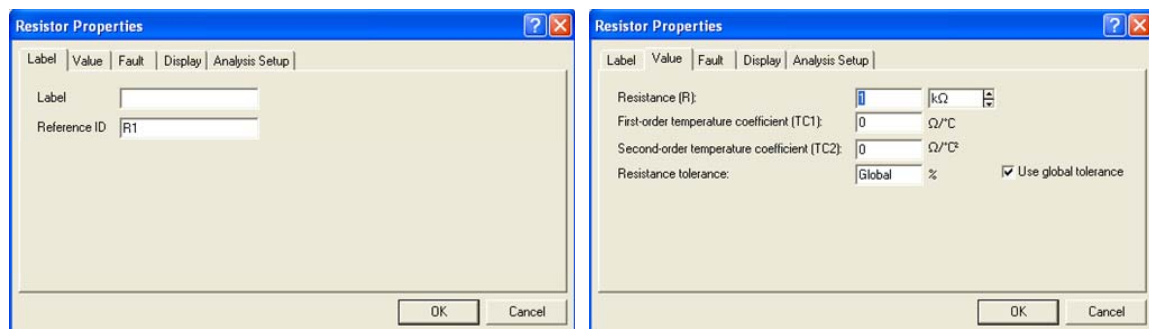
Svi elementi nalaze se u liniji alatki, njihovo postavljanje vrši se prevlačenjem¹ na radnu površinu, a element se briše tasterom delete kada je element označen.

7.3.2. Rotiranje elemenata

Pre povezivanja elemenata potrebno ih je postaviti u položaj koji je indentičan kao na šemi u praktikumu, ovaj rezultat se može dobiti na više načina: upotrebom komandi *rotate*, *flip horizontal* ili *flip vertical* iz standardne grupe ikonica, ove komande se nalaze i u meniju koji se dobija pritiskanjem desnog tastera miša kada se pokazivač nalazi iznad željenog elementa. Prečica sa tastature kojom se dolazi do komande *rotate* je CTRL+R.

7.3.3. Promena vrednosti elemenata

Nakon postavljanja i rotiranja elementa treba promeniti njegove parametre (tj. vrednosti) broj parametara varira od elementa do elementa, a meni iz koga se menjaju ova podešavanja zove se *component properties*, a pojavljuje se kada se dva puta pritisne levi taster miša dok je pokazivač miša iznad elementa (tj. dva puta kliknemo mišem na željeni element), izgled *component properties* menija za otpornik vidi se na slici 7.10.



Slika 7.10 Promena vrednosti otpornika – *component properties*

Za svaku od pasivnih komponenti (R,L i C) može se uneti naziv (Slika 7.10 – levo) u polju *label*, i vrednost (Slika 7.10 – desno) polje *resistance* za otpornik. Indikatorski merni instrumenti ampermetar i voltmetar imaju podešavanja za režim rada (jednosmeran DC ili naizmeničan AC).

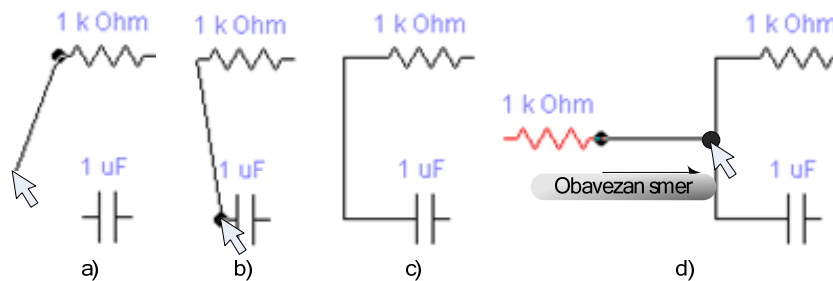
7.3.4. Povezivanje elemenata

Pokazivač miša se postavlja na kraj jednog elementa, kada se pojavi crna tačka. Držeći levi taster miša prevlačimo provodnik do kraja sledećeg elementa (Slika 7.11, a), kada se pojavi crna tačka na kraju drugog elementa otpuštamo taster miša (Slika 7.11, b). Povezivanje kraja elementa sa

¹ Postupak kada se levim tasterom miša klikne na objekat, a zatim se isti prevuče na željeno mesto dok se sve vreme levi taster drži pritisnut. Kada se objekat prevuče na željenu poziciju levi taster miša se otpušta i objekat je postavljen.

već postojećim provodnikom obavlja se na isti način, ali isključivo u smeru od elementa ka provodniku (Slika 7.11, c). Treba izbegavati postavljanje elemenata preko već postojećeg provodnika.

Povezivanje elemenata treba obaviti pažljivo, jer su najčešće greške u radu sa EWB-om upravo greške u povezivanju elemenata, jer ako ne postoji veza između elemenata rezultat će biti pogrešan ili će simulacija prijaviti grešku.



Slika 7.11 Povezivanje elemenata

7.4. Simulacija

Ako je šema ispravno povezana, možemo pustiti simulaciju rada kola. Simulacija rada kola obavlja se uključivanjem preklopnika u gornjem desnom uglu. Ispod njega nalazi se taster *pause*, koji zaustavlja (pauzira) rad kola (Slika 7.1).

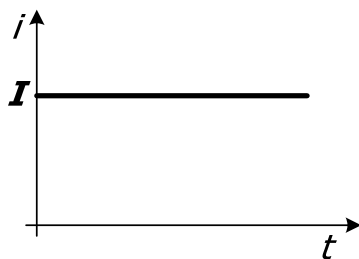
8. OMOV ZAKON

U ovoj vežbi:

- Vremenski nepromenljive električne struje
- Jačina i gustina električne struje
- Električna otpornost
- Specifična električna otpornost
- Električna provodnost
- Specifična električna provodnost
- Džulov zakon
- Naponski i strujni generatori
- Prosto kolo
- Proračun napona između dve tačke

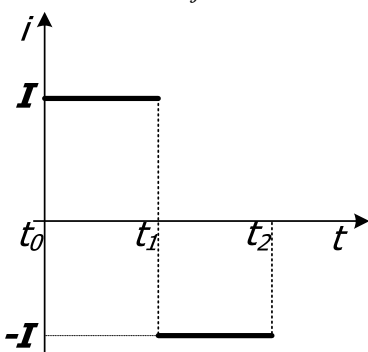
Teorijska Osnova

- Vremenski nepromenljive električne struje ili stalne električne struje su struje nepromenljive tokom vremena. Ne menja im se ni intenzitet ni smer.



Slika 8.1 Grafik stalne električne struje

Na slici je prikazan grafik jačine električne struje I u zavisnosti od vremena t . Sa grafika možemo primetiti da je jačina električne struje konstantna u vremenu, tj. da se ne menja u zavisnosti od vremena. Na ovaj način se grafički predstavljaju jednosmerne električne struje. Uvek se nalazi sa iste strane ose.



Slika 8.2 Grafik električne struje koja je promenila smer

Na ovoj slici prikazan je grafik jednosmerne električne struje i i to: od trenutka t_0 do trenutka t_1 – vrednost jačine el. struje je pozitivna ($I > 0$), a u vremenskom intervalu od t_1 do t_2 el. struja menja smer što se simbolično označava promenom znaka ($I < 0$).

Na ovoj slici nisu prikazane pozitivna i negativna električna struja, već je to grafički prikaz električne struje koja je promenila smer.

Oznaka za stalnu električnu struju je I . Oznaka za promenljivu električnu struju je i .

Definicija

- **Jačina električne struje** je protekla količina naelektrisanja kroz poprečni presek provodnika u jedinici vremena. Jedinica za jačinu električne struje je Amper [A].

$$I = \frac{q}{t}$$

- **Gustina električne struje** je količnik jačine električne struje koja prolazi kroz poprečni presek provodnika i površine poprečnog preseka provodnika. Jedinica za gustinu električne struje je [A/m²].

$$J = \frac{I}{S}$$

Električna otpornost je količnik napona na krajevima prijemnika i električne struje koja prolazi kroz njega. Jedinica za električnu otpornost je *Om* [Ω].

Kako otpornici pružaju otpor proticanju struje? Atomi metala se razlikuju po broju slobodnih elektrona u omotaču i broju protona i neutrona u jezgru. Kada se metalna žica priključi na razliku potencijala elektroni se kreću ka kraju žice priključenom na pozitivni potencijal. Prilikom tog kretanja oni se sudaraju sa jezgrima atoma, pri čemu se električna energija pretvara u toplotnu. Taj proces je različit kod različitih metala i definiše se konstantom koja se zove **specifična električna otpornost**, koja se obeležava sa ρ . Jedinica za specifičnu električnu otpornost je Ωm.

Kada se od metala napravi otpornik dužine žice l i površine poprečnog preseka žice S , **otpornost tog otpornika** je:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Električna provodnost je veličina recipročna električnoj otpornosti. Jedinica za električnu provodnost je *Simens* [S].

$$G = \frac{1}{R}$$

Provodnost otpornika, napravljenog od metalne žice, dužine l i površine poprečnog preseka S je:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{S}{l}$$

Specifična električna provodnost je veličina recipročna specifičnoj električnoj otpornosti.

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Jedinica za specifičnu električnu provodnost je $\frac{1}{\Omega\text{m}}$.

Otpornik je ektrična komponenta određene otpornosti R .

- Omov zakon

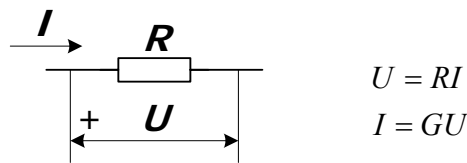
Kod otpornika stalne otpornosti R postoji linearna veza između napona na krajevima otpornika i električne struje koja prolazi kroz njega. Ta veza je deifisana Omovim zakonom.

Definicija

- **Omov zakon glasi:** Jačina električne struje koja prolazi kroz otpornik, direktno je proporcionalna naponu na njegovim krajevima, a obrnuto proporcionalna njegovoj otpornosti.

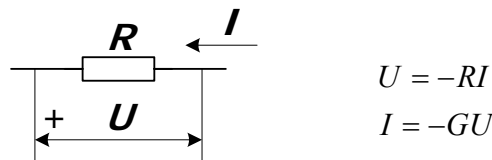
$$I = \frac{U}{R}$$

Usaglašeni referentni smer za napon i električnu struju kroz otpornik je od tačke koja je na pozitivnom potencijalu ka tački koja je na negativnom potencijalu.



Slika 8.3

Neusaglašeni referentni smer za napon i električnu struju kroz otpornik je od tačke koja je na negativnom potencijalu ka tački koja je na pozitivnom potencijalu.

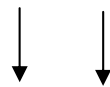


Slika 8.4

- Džulov zakon

Električna energija koja se pretvori u toplotnu prilikom proticanja električne struje kroz otpornik može se definisati Džulovim zakonom. **Snaga Džulovih gubitaka** jednaka je proizvodu napona na otporniku i električne struje koja protiče kroz njega, prema usaglašenom referentnom smeru.

$$P_R = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$



ovi izrazi se češće koriste jer ne zavise od referentnih smerova

Jedinica za snagu Džulovih gubitaka je vat [W].

- Generatori

Generatori su uređaji za generisanje napona i električne struje. U zavisnosti od unutrašnje otpornosti generator se u kolu ponaša kao *naponski* ili kao *strujni*.

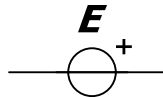
Ako je unutrašnja otpornost generatora zanemarljiva u odnosu na otpornost kola onda ga tretiramo kao **naponski**.

Ako je unutrašnja otpornost generatora velika u odnosu na otpornost kola onda ga tretiramo kao **strujni**.

NAPONSKI GENERATOR

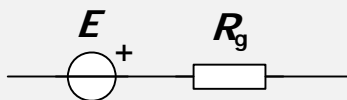
Osnovna karakteristika naponskog generatora je elektromotorna sila.

Idealan naponski generator



- Unutrašnja otpornost ovog generatora je 0.
- Napon između njegovih krajeva je uvek jednak elektromotornoj sili E bez obzira gde je priključen.
- Struja koja protiče kroz generator zavisi od kola u koje je priključen.

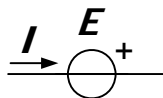
Realan naponski generator



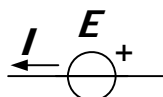
Realan naponski generator uvek ima unutrašnju otpornost (koja je mala ali ipak nije 0).

Referentni smer

usaglašen referentni smer elektromotorne sile generatora i električne struje koja protiče kroz njega:



neusaglašen referentni smer elektromotorne sile generatora i električne struje koja protiče kroz njega:



Snaga naponskog generatora

Za usaglašen referentni smer:

$$P_E = E \cdot I$$

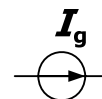
Za neusaglašen referentni smer:

$$P_E = -E \cdot I$$

STRUJNI GENERATOR

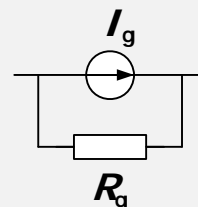
Osnovna karakteristika strujnog generatora je da generiše stalnu električnu struju u grani u kojoj se nalazi.

Idealan strujni generator



- Unutrašnja otpornost ovog generatora je beskonačna.
- Električna struja koju generiše je uvek jednaka I_g bez obzira gde je priključen.
- Napon na generatoru zavisi od kola u koje je priključen.

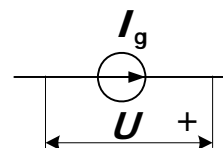
Realan strujni generator



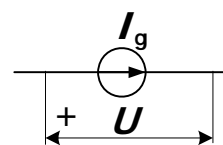
Realan strujni generator ima unutrašnju otpornost koja je jako velika ali nije beskonačna.

Referentni smer

usaglašen referentni smer električne struje strujnog generatora i napona na njemu:



neusaglašen referentni smer električne struje strujnog generatora i napona na njemu:



Snaga strujnog generatora

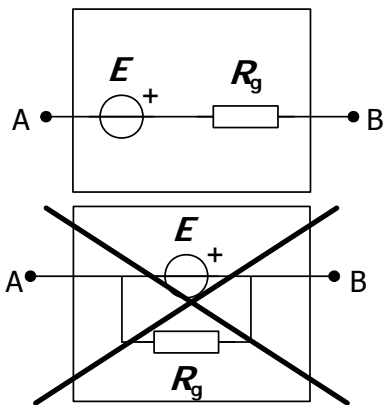
Za usaglašen referentni smer

$$P_E = I_g \cdot U$$

Za neusaglašen referentni smer:

$$P_E = -I_g \cdot U$$

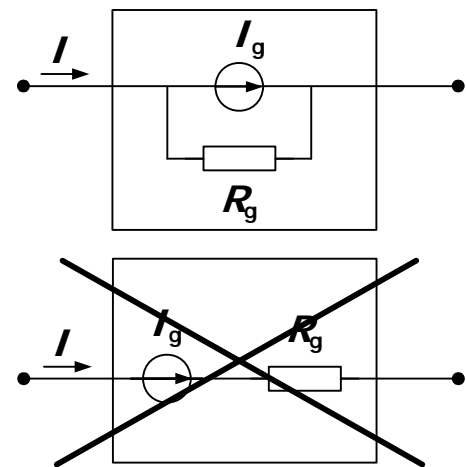
Zašto smo unutrašnju otpornost generatora kod naponskog nacrtali vezanu na red, a kod strujnog u paraleli?



Slika 8.5

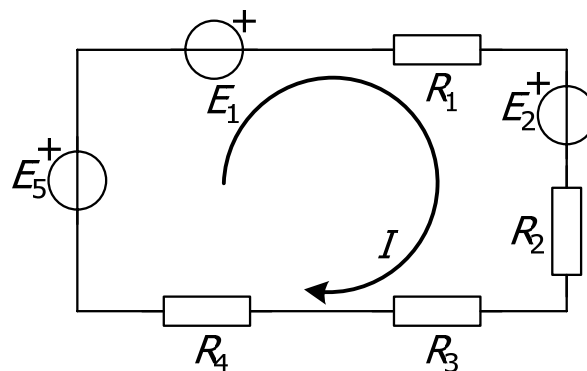
Kod *realnog naponskog generatora* unutrašnja otpornost je mala, ali konačna i otpornik je ucrtan. Kod *idealnog* otpornost je 0, pa nema ni otpornika (kratak spoj).

S druge strane, pošto napon na realnom naponskom generatoru ipak zavisi od kola u koje je vezan, otpornik R_g mora biti vezan redno, a ne u paraleli, jer da je vezan paralelno napon na krajevima realnog generatora bio bi konstantan i jednak E u svakom kolu.



Slika 8.6

- Prosto kolo



Slika 8.7 Prosto kolo

Kolo prikazano na slici je *posto kolo*. To je kolo koje se sastoji samo od jedne strujne konture. U njoj postoji redna veza naponskih generatora i otpornika.

Električna struja u ovom kolu se može izračunati i Omovim zakonom za prosto kolo: **Električna struja u prostom kolu jednaka je količniku algebarske sume svih elektromotornih sila naponskih generatora prema usaglašenom referentnom smeru, i sume svih otpornika u kolu.** Ukoliko struja protiče kroz generator u usaglašenom referentnom smeru, generator ima predznak "+" i obrnuto. Otpornosti otpornika se uvek uzimaju sa predznakom "+".

$$I = \frac{\sum_i \pm E_i}{\sum_i R_i}$$

Za prosto kolo prikazano na gornjoj slici Omov zakon glasi:

$$I = \frac{E_1 - E_2 + E_5}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}.$$

- Proračun napona između dve tačke

Napon između neke dve tačke u električnom kolu može se proračunati pema pravilu o sumiranju naponskih članova između te dve tačke:

$$U_{AB} = \sum_B^A (E; -RI)$$

Napon između tačkaka A i B jednak je algebarskom zbiru svih naponskih članova elektromotornih sila naponskih generatora i napona na otpornicima, računatih od B ka A. Pri tome se elektromotorne sile naponskih generatora uzimaju sa predznakom "+" za usaglašen referentni smer, a naponi na otpornicima sa predznakom "-" za usaglašen referentni smer. Ako je smer neusaglašen, predznaci su suprotni.

Zadatak Vežbe

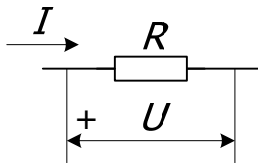
Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

8.1 Na otporniku $R = 100 \Omega$, koji je vezan u električno kolo, napon je $U = 10 \text{ V}$.

- Kolika struja protiče kroz otpornik? Nacrtati otpornik, označiti pozitivan kraj napona i nacrtati njemu usaglašen smer struje.
- Kolika se snaga razvija na ovom otporniku (tj. koliki su Džulovi gubici na otporniku)?
- Kolika je provodnost ovog otpornika?

Rešenje:

a)



Slika 8.8

Na slici 8.8 prikazani su usaglašeni smerovi napona i struje na otporniku. Prema Omovom zakonu intenzitet struje koja protiče kroz otpornik je:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{10 \text{ V}}{100 \Omega} = 0,1 \text{ A} = 100 \text{ mA} .$$

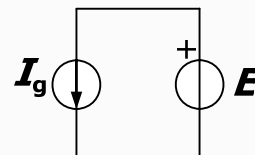
b) Prema Džulovom zakonu toplotni gubici na otporniku su:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(10 \text{ V})^2}{100 \Omega} = 1 \text{ W} .$$

c) Provodnost je jednaka recipročnoj vrednosti otpornosti:

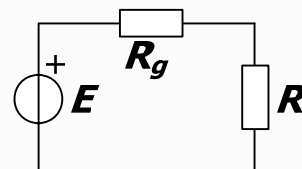
$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{100 \Omega} = 0,01 \text{ S} = 10 \text{ mS} .$$

8.2 Generator elektromotorne sile E i strujni generator jačine struje I_s vezani su u kolo kao na slici. Kako se ponašaju generatori u kolu i zašto?



Rešenje:

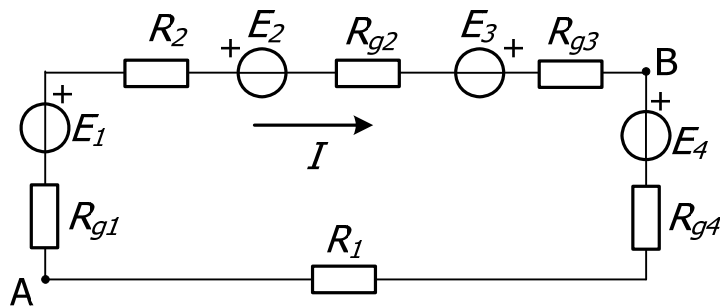
8.3 Generator elektromotorne sile E , unutrašnje otpornosti R_g i otpornik promenljive otpornosti obrazuju prosto električno kolo. U prvom slučaju otpornost promenljivog otpornika je $R_1 = 4 \Omega$, a jačina struje u kolu je $I_1 = 1,5 \text{ A}$. Kada promenimo otpornost promenljivog otpornika na vrednost od $R_2 = 7 \Omega$, jačina struje u kolu je $I_2 = 1 \text{ A}$. Ukoliko kratko spojimo generator, kolika je jačina struje u tom kolu?



Provera Omovog zakona

Za kolo prikazano na slici 8.9 računskim putem odrediti:

- vrednost jačine struje u kolu,
- snage svih generatora,
- snage džulovih gubitaka na otpornicima i
- napon između tačaka A i B.



$$\begin{aligned}
 E_1 = E_2 = E_4 &= 12 \text{ V}; \\
 E_3 &= 24 \text{ V}; \\
 R_1 &= 6 \Omega; \\
 R_2 &= 5,6 \Omega; \\
 R_{g1} = R_{g2} = R_{g3} = R_{g4} &= 0,1 \Omega
 \end{aligned}$$

$I, P, U_{AB} = ?$

Slika 8.9

Proračun

- Jačina struje u kolu, na osnovu Omovog zakona za prosto kolo i usvojenim referentnim smerom struje, je:

$$I = \frac{\sum \pm E}{\sum R} = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}.$$

- Snage generatora u kolu, u odnosu na usvojeni referentni smer struje su:

$$\begin{aligned}
 P_{E1} &= \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}} \\
 P_{E2} &= \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}} \\
 P_{E3} &= \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}} \\
 P_{E4} &= \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}} \\
 P_E &= \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}
 \end{aligned}$$

- Snaga Džulovih gubitaka svih otpornika u kolu je:

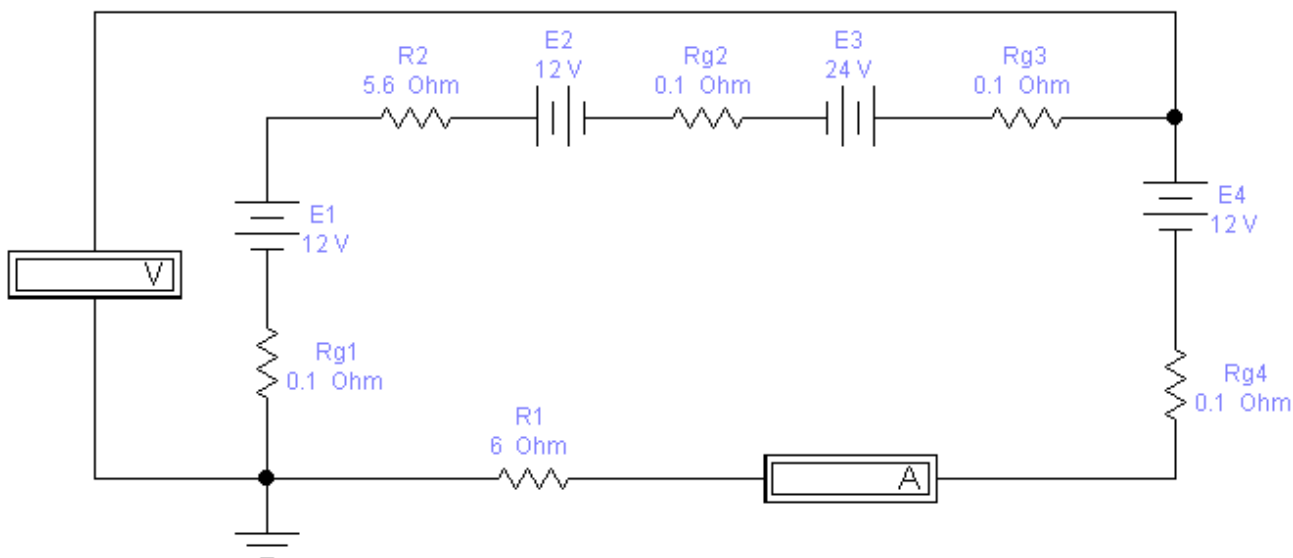
$$P_R = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}$$

- Napon između tačaka A i B:

$$U_{AB} = \sum_{A \rightarrow B} (-R \cdot I, E) = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}$$

Analiza kola primenom računara

Simulirati kolo u EWB-u kao na slici 8.10. Podesiti sledeće vrednosti parametara: $E_1 = E_2 = E_4 = 12$ V; $E_3 = 24$ V; $R_1 = 6 \Omega$; $R_2 = 5,6 \Omega$; $R_{g1} = R_{g2} = R_{g3} = R_{g4} = 0,1 \Omega$.



Slika 8.10

Izmeriti jačinu struje ampermetrom, a voltmetrom izmeriti napon između tačkaka A i B. Uporediti izmerene vrednosti i vrednosti dobijene računskim putem, a rezultate prikazati u tabeli.

$I[A]$ – izmerena vrednost	
$I[A]$ – izračunata vrednost	
$U_{AB}[V]$ – izmerena vrednost	
$U_{AB}[V]$ – izračunata vrednost	

9. KIRHOFOVI ZAKONI

U ovoj vežbi:

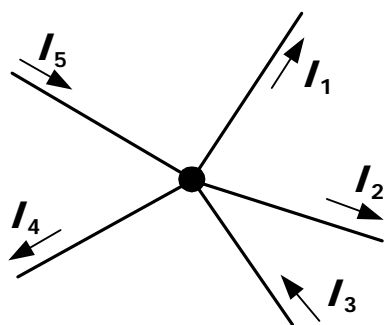
- Prvi Kirhofov zakon
- Drugi Kirhofov zakon
- Neposredna primena Kirhofovih zakona

Teorijska Osnova

Definicija

- *Prvi kirhofov zakon* govori o strujama u granama složenog kola: algebarski zbir jačina električnih struja svih grana kola koje se stiču u jednom čvoru jednak je nuli. Pri tome se struje koje *izlaze* iz čvora uzimaju sa predznakom „+“, a struje koje *ulaze* u čvor sa predznakom „-“.

$$\sum_k I_k = 0$$



Slika 9.1

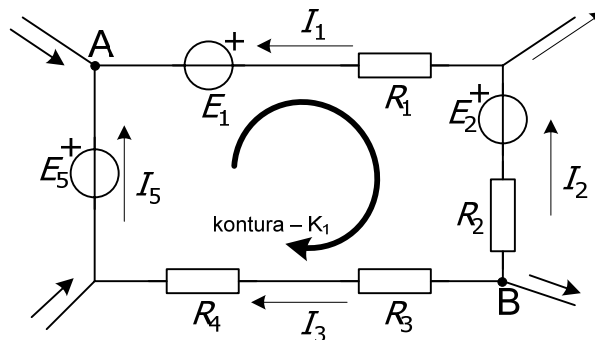
$$\sum_k I_k = 0$$

$$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

Definicija

- **Drugi kirhofov zakon** govori o naponima u strujnoj konturi: algebarski zbir napona u zatvorenoj strujnoj konturi jednak je nuli. Pri tome se elektromotorne sile generatora uzimaju sa predznakom "+" za usaglašeni referentni smer (ako se smer obilaska po konturi poklapa sa referentnim smerom elektromotorne sile), a naponi na otpornicima sa predznakom "-" za usaglašeni referentni smer (kada se smer obilaska po konturi poklapa sa smerom električne struje kroz otpornik).
- Naponi strujnih generatora se ne mogu sabirati ovim zakonom jer napon na strujnom generatoru ne možemo odrediti direktno iz generatora (on zavisi od kola u koje je generator vezan).

$$\sum (E; -RI) = 0$$



Slika 9.2

$$\sum (E; -RI) = 0, \quad E_1 + R_1 I_1 - E_2 + R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_4 I_3 + E_5 = 0$$

- Metod neposredne primene Kirhofovih zakona

Po Kirhofovima zakonima broj jednačina koje pišemo je:

po I Kirhofovom zakonu: $n_{\zeta} - 1$

po II Kirhofovom zakonu: $n_g - (n_{\zeta} - 1)$

Ovaj metod ima ukupan broj jednačina isti kao što je i broj nepoznatih struja grana kola.

Ako kolo ima n_{I_g} strujnih generatora onda je broj jednačina koje pišemo po II Kirhofovom zakonu:

$$n_g - (n_{\zeta} - 1) - n_{I_g},$$

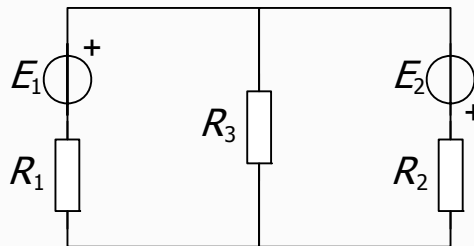
a broj jednačina po I Kirhofovom zakonu ostaje nepromenjen.

Nezgodna osobina metode je da ako kolo ima više od 3 grane, broj jednačina za rešavanje je vrlo veliki i rešavanje je složeno.

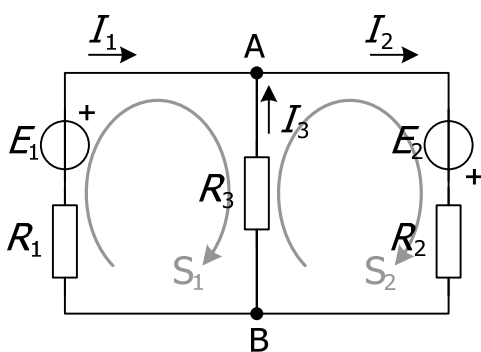
Zadatak Vežbe

Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

9.1 Za kolo prikazano na slici odrediti intenzitete struja u svim granama neposrednom primenom Kirhofovih zakona, ako je $E_1 = 6\text{ V}$, $E_2 = 20\text{ V}$ i $R_1 = 700\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, $R_3 = 400\ \Omega$.



Rešenje:



Slika 9.3

Rešavanje zadatka počinjemo usvajanjem referentnih smerova struja u svim granama, kao što je prikazano na slici 9.3. Kolo ima $n_{\check{c}} = 2$ čvora i $n_g = 3$ grane. Za svaki čvor možemo napisati jednačinu po I Kirhofovom zakonu, ali se jednačina za $n_{\check{c}}$ -ti čvor može dobiti sabiranjem jednačina napisanih za ostalih $n_{\check{c}} - 1$ čvorova, što znači da $n_{\check{c}}$ -ta jednačina nije nezavisna od prethodnih $n_{\check{c}} - 1$ jednačina. Konkretno, kada kolo ima dva čvora kao u

ovom zadatku, jednačine napisane po I Kirhofovom zakonu su iste za oba čvora (razlikuju se samo u znaku).

Dakle, po I Kirhofovom zakonu za ovo kolo možemo pisati:

$$n_{\check{c}} - 1 = 1 \text{ nezavisnu jednačinu.}$$

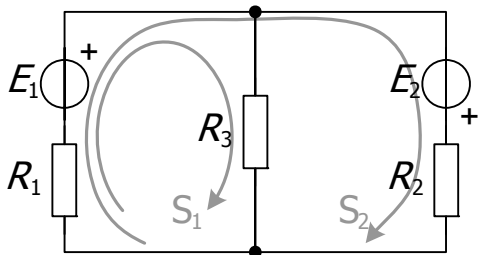
Za čvor A ova jednačina glasi:

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

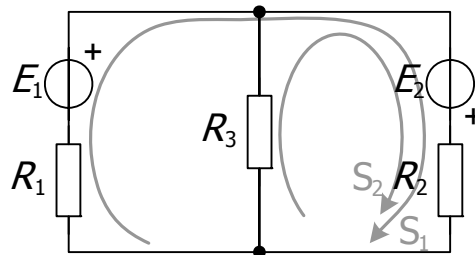
Po II Kirhofovom zakonu možemo napisati:

$$n_g - (n_{\check{c}} - 1) = 3 - (2 - 1) = 2 \text{ jednačine,}$$

odnosno, ovo kolo sadrži dve nezavisne konture po kojima pišemo jednačine po II Kirhofovom zakonu. Konture su nezavisne ako svaka kontura ima bar jednu granu koja ne pripada ni jednoj drugoj konturi. Na slici 9.4 obeležene su dve proizvoljno izabrane nezavisne konture, S_1 i S_2 , i označeni su njihovi proizvoljno usvojeni smerovi. Na slici 9.5 prikazane su još dve mogućnosti izbora nezavisnih kontura za ovo kolo.



Slika 9.4



Slika 9.5

Jednačine po II Kirhofovom zakonu za izabrane konture sa slike 9.4 glase:

$$S_1: -R_1 I_1 + E_1 + R_3 I_3 = 0$$

$$S_2: -R_3 I_3 + E_2 - R_2 I_2 = 0$$

Napomena: Obratiti pažnju da kod primene II Kirhofovog zakona, kao i prilikom računanja napona između dve tačke, predznak elektromotorne sile **ne zavisi** od usaglašenosti referentnih smerova elektromotorne sile i struje (za razliku od Omovog zakona za prosto kolo i metode konturnih struja, sa kojom ćemo se kasnije sresti), već zavisi isključivo od veze između referentnog smera elektromotorne sile i smera obilaska konture. Objašnjenje je sledeće: II Kirhofov zakon se odnosi na zbir napona duž zatvorene konture, a napon između dve tačke se računa sabiranjem napona na pojedinim elementima koji se nalaze između posmatranih tačaka. Napon idealnog naponskog generatora uvek je jednak njegovoj elektromotornoj sili i konstantan je; ne zavisi od struje koja teče kroz generator, odnosno ne zavisi od kola u koje je vezan generator.

Ukupan broj jednačina koje rešavamo neposrednom primenom Kirhofovih zakona je:

$$n_{\xi} - 1 + n_g - (n_{\xi} - 1) = n_g.$$

Dakle, imamo isti broj jednačina koliko i nepoznatih (n_g grana i njihovih nepoznatih struja).

Napišimo još jednom sistem jednačina koji treba da rešimo:

$$\begin{aligned} -I_1 + I_2 - I_3 &= 0 \\ -R_1 I_1 + E_1 + R_3 I_3 &= 0 \\ -R_3 I_3 + E_2 - R_2 I_2 &= 0 \end{aligned}$$

Zamenimo brojne vrednosti u ovom sistemu jednačina. Pri tome, zbog lakšeg rešavanja, nećemo pisati jedinice, ali ćemo voditi računa o jedinicama u kojima je dobijen krajnji rezultat: ako zamenjujemo napone u voltima (V) i otpornosti u omima (Ω) struje ćemo dobiti u amperima (A); ako zamenjujemo napone u voltima (V) i otpornosti u kiloomima ($k\Omega$) struje ćemo dobiti u miliamperima (mA). Zamenjujući brojne vrednosti u osnovnim jedinicama (voltima i omima), dobijamo sledeći sistem jednačina:

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

$$-700I_1 + 400I_3 = -6 \quad (2)$$

$$-300I_2 - 400I_3 = -20 \quad (3)$$

Zamenimo nepoznatu I_3 iz jednačine (1):

$$I_3 = -I_1 + I_2$$

u jednačine (2) i (3). Tada se sistem svodi na dve jednačine sa dve nepoznate:

$$-1100I_1 + 400I_2 = -6$$

$$400I_1 - 700I_2 = -20$$

koji ćemo rešiti Kramerovim pravilima. Determinanta sistema je:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1100 & 400 \\ 400 & -700 \end{vmatrix} = (-1100)(-700) - 400 \cdot 400 = 61 \cdot 10^4.$$

Determinante promenljivih I_1 i I_2 dobijamo zamenjujući koeficijente uz promenljive slobodnim članovima:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -6 & 400 \\ -20 & -700 \end{vmatrix} = (-6)(-700) - (-20) \cdot 400 = 122 \cdot 10^2,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -1100 & -6 \\ 400 & -20 \end{vmatrix} = (-1100)(-20) - 400 \cdot (-6) = 244 \cdot 10^2.$$

Nepoznate promenljive dobijamo iz ovih determinanti (s obzirem da smo zamenjivali napone u voltima i otpornosti u omima struju dobijamo u amperima):

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{122 \cdot 10^2}{61 \cdot 10^4} \text{ A} = 0,02 \text{ A} = 20 \text{ mA},$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{244 \cdot 10^2}{61 \cdot 10^4} \text{ A} = 0,04 \text{ A} = 40 \text{ mA} .$$

Nepoznatu struju I_3 određujemo zamenjujući dobijene vrednosti struja I_1 i I_2 u jednačinu (1):

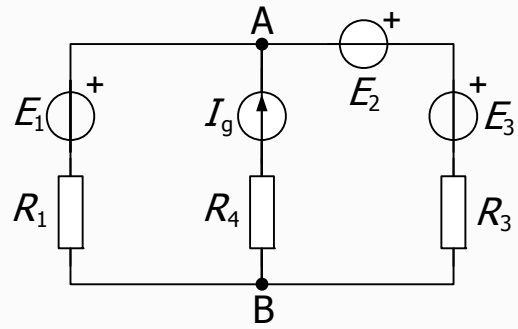
$$I_3 = -I_1 + I_2 = -20 \text{ mA} + 40 \text{ mA} = 20 \text{ mA}$$

Prilikom rešavanja ovog jednostavnog kola direktnom primenom Kirhofovih zakona, dobili smo sistem od tri jednačine sa tri nepoznate. Broj jednačina kod nešto složenijeg kola bio bi znatno veći. Zbog toga se metoda direktne primene Kirhofovih zakona gotovo ne koristi za rešavanje složenih kola već se koriste metode koje su izvedene iz Kirhofovih zakona (metod konturnih struja i metod potencijala čvorova), čijom primenom se dobija znatno manji broj jednačina. Videćemo kasnije da ovaj isti zadatak može da se reši primenom metode konturnih struja gde se dobijaju dve jednačine, kao i metodom potencijala čvorova kojom se dobija samo jedna jednačina. Dakle, najpogodniji metod za rešavanje konkretno ovog zadatka bio bi metod potencijala čvorova.

9.2 Generatori $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 24 \text{ V}$, $E_3 = 24 \text{ V}$ i $I_g = 60 \text{ mA}$, i otpornici $R_1 = 300 \Omega$, $R_3 = 300 \Omega$ i $R_4 = 500 \Omega$ vezani su u kolo kao što je prikazano na slici.

a) Odrediti intenzitete struja u svim granama neposrednom primenom Kirhofovih zakona.

b) Odrediti napon U_{AB} .



Rešenje:

10. METOD KONTURNIH STRUJA

U ovoj vežbi:

- Metod konturnih struja na primeru kola sa tri konture

Teorijska Osnova

Metod konturnih struja ima broj jednačina jednak $n_g - (n_c - 1)$ (isti broj jednačina kao što se piše po drugom Kirhofovom zakonu), ali nepoznate veličine i u tim jednačinama nisu struje grana već "zamišljene" struje kontura.

Opšti sistem jednačina, na primer, trećeg reda glasi:

$$R_{11}I_I + R_{12}I_{II} + R_{13}I_{III} = E_I$$

$$R_{21}I_I + R_{22}I_{II} + R_{23}I_{III} = E_{II}$$

$$R_{31}I_I + R_{32}I_{II} + R_{33}I_{III} = E_{III}$$

U ovom opštem sistemu članovi se određuju prema precizno definisanim pravilima:

- 1) sve otpornosti sa istim indeksima (na primer R_{11} , R_{22} , R_{33}) uvek su pozitivne i predstavljaju zbir svih otpornosti u konturi čiji je broj u indeksu;
- 2) sve otpornosti sa mešovitim indeksima (na primer R_{12} , R_{23} , R_{13}) predstavljaju zbir otpornosti u granama zajedničkim za dve konture, čiji broj stoji u indeksu. Mogu biti ili pozitivne ili negativne, što zavisi od usmerenja kontura: ako je isti smer obe konture, ove otpornosti dobijaju predznak "+", a za suprotan smer dobijaju predznak "-";
- 3) sve otpornosti sa mešovitim indeksima istih brojeva, a suprotnog redosleda (na primer R_{12} i R_{21}) uvek su jednake;
- 4) elektromotorne sile sa desne strane opšteg sistema jednačina (na primer E_I) predstavljaju zbir svih elektromotornih sila generatora u konturi čiji je broj u indeksu, prema usaglašenom referentnom smeru;
- 5) I_I , I_{II} i I_{III} su konturne struje;
- 6) kada se rešavanjem sistema jednačina izračunaju konturne struje onda se preko njih izračunavaju električne struje grana kola.

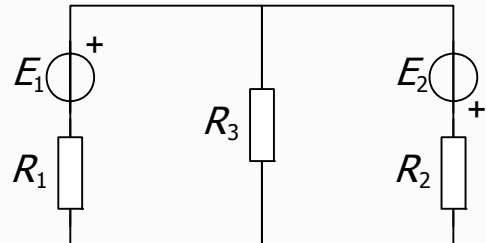
Važno je da prilikom izbora i ucrtavanja kontura svaka mora biti nezavisna, tj. da svaka kontura mora imati barem jednu granu koja samo njoj pripada (na taj način će jednačina koju pišemo za tu konturu biti matematički nezavisna).

Ako postoji strujni generator u kolu, onda obavezno kroz granu sa njim sprovodimo samo jednu konturu. Tako će električna struja te konture biti jednaka struji strujnog generatora. Time se broj jednačina (broj nepoznatih) opšteg sistema smanjuje za broj strujnih generatora u kolu n_{ig} .

Zadatak Vežbe

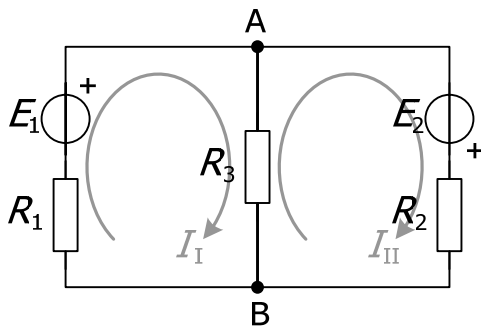
Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

10.1 Za kolo prikazano na slici metodom konturnih struja odrediti intenzitete struja u svim granama, ako je $E_1 = 6\text{ V}$, $E_2 = 20\text{ V}$ i $R_1 = 700\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, $R_3 = 400\ \Omega$.



Rešenje:

Metod konturnih struja izveden je iz II Kirhofovog zakona. Kao što smo videli kad smo postavljali jednačine po II Kirhofovom zakonu, broj nezavisnih kontura u kolu, koje ima n_ζ čvorova i n_g grana, jednak je $n_g - (n_\zeta - 1)$.



Slika 10.1

Po metodi konturnih struja zamišljamo da kroz svaku od nezavisnih kontura prolazi po jedna takozvana konturna struja. Za svaku konturnu struju postavlja se po jedna jednačina.

Kolo koje analiziramo ima $n_\zeta = 2$ čvora i $n_g = 3$ grane, pa je broj konturnih struja:

$$n_g - (n_\zeta - 1) = 3 - (2 - 1) = 2.$$

Odredimo nezavisne konture i proizvoljno usvojimo smerove konturnih struja svake konture (Slika 10.1). Opšti oblik jednačina konturnih struja za ovo kolo je

drugog reda (dve konturne struje) i glasi:

$$R_{11}I_I + R_{12}I_{II} = E_I$$

$$R_{21}I_I + R_{22}I_{II} = E_{II}$$

R_{11} predstavlja zbir svih otpornosti kroz koje protiče konturna struja I_I i uvek ima pozitivan predznak:

$$R_{11} = R_1 + R_3 = 1,1\text{ k}\Omega.$$

R_{22} predstavlja zbir svih otpornosti kroz koje protiče konturna struja I_{II} i uvek ima pozitivan predznak:

$$R_{22} = R_2 + R_3 = 0,7\text{ k}\Omega.$$

Otpornosti R_{12} i R_{21} su uvek jednake (imaju iste brojeve u indeksu, različitog redosleda) i predstavljaju ukupnu otpornost grane koja je zajednička za konturnu struju I_I i konturnu struju I_{II} . U ovom kolu je to grana sa otpornikom R_3 . S obzirom da su smerovi konturnih struja kroz ovu zajedničku granu suprotni, predznak otpornosti R_{12} i R_{21} je negativan:

$$R_{12} = R_{21} = -R_3 = -0,4\text{ k}\Omega.$$

E_I je algebarski zbir svih elektromotornih sila kroz koje protiče konturna struja I_I . Ako se smer struje poklapa sa referentnim smerom određene elektromotorne sile, ta elektromotorna sila ima predznak "+", i obrnuto.

$$E_I = E_1$$

E_{II} je algebarski zbir svih elektromotornih sila kroz koje protiče konturna struja I_{II} .

$$E_{II} = E_2$$

Ako ove izraze uvrstimo u opšti oblik jednačina za konturne struje, dobijamo jednačine konturnih struja za analizirano kolo:

$$\begin{aligned}(R_1 + R_3)I_1 - R_3I_{II} &= E_1 \\ -R_3I_1 + (R_2 + R_3)I_{II} &= E_2\end{aligned}$$

Uvrstićemo brojne vrednosti u prethodne dve jednačine vodeći računa o jedinicama krajnjeg rezultata. Uvrstimo otpornosti u kiloomima:

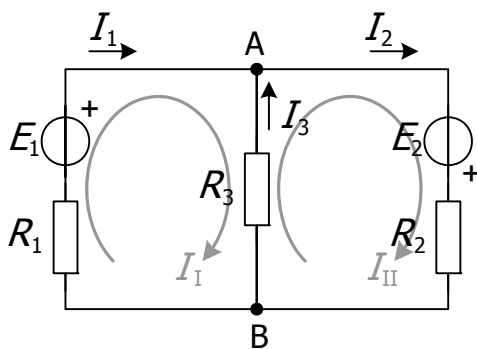
$$\begin{aligned}1,1I_1 - 0,4I_{II} &= 6 \\ -0,4I_1 + 0,7I_{II} &= 20\end{aligned}$$

Determinante sistema i determinante promenljivih su:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1,1 & -0,4 \\ -0,4 & 0,7 \end{vmatrix} = 0,61, \quad \Delta_I = \begin{vmatrix} 6 & -0,4 \\ 20 & 0,7 \end{vmatrix} = 12,2, \quad \Delta_{II} = \begin{vmatrix} 1,1 & 6 \\ -0,4 & 20 \end{vmatrix} = 24,4,$$

na osnovu čega se dobijaju konturne struje:

$$I_1 = \frac{\Delta_I}{\Delta} = \frac{12,2}{0,61} \text{ mA} = 20 \text{ mA}, \quad I_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\Delta} = \frac{24,4}{0,61} \text{ mA} = 40 \text{ mA}.$$



Slika 10.1.2

Struju svake grane čine konturne struje koje prolaze kroz tu granu. Struja određene grane se stoga dobija algebarskim zbirom konturnih struja koje prolaze kroz tu granu. Ako se smer konturne struje poklapa sa smerom struje grane, konturna struja ima pozitivan predznak, a ako su smerovi struje u grani i konturne struje suprotni, konturna struja ima negativan predznak.

Obeležimo nepoznate struje u granama kola slika 10.1.2. Kroz granu sa strujom I_1 protiče samo konturna struja I_1 i istog je smera kao struja I_1 pa je:

$$I_1 = I_1 = 20 \text{ mA}.$$

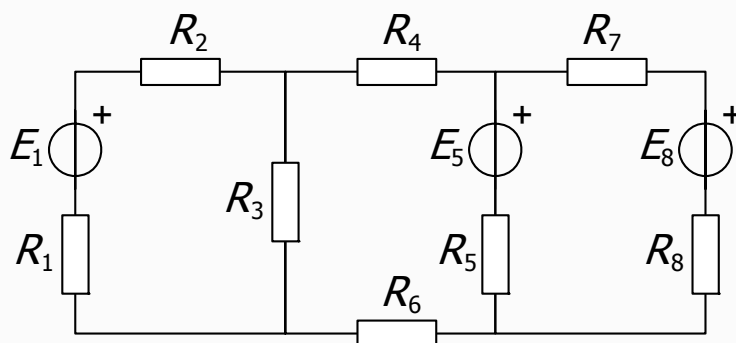
Kroz granu sa strujom I_2 protiče samo konturna struja I_{II} i istog je smera kao struja I_2 , pa je:

$$I_2 = I_{II} = 40 \text{ mA}.$$

Kroz granu sa strujom I_3 protiču konturne struje I_1 i I_{II} , i to konturna struja I_1 protiče u suprotnom smeru od struje I_3 , a konturna struja I_{II} je istog smera kao struja I_3 , pa je:

$$I_3 = -I_1 + I_{II} = -20 \text{ mA} + 40 \text{ mA} = 20 \text{ mA}.$$

10.2 Za kolo prikazano na slici napisati jednačine po metodi konturnih struja i izraze za struje pojedinih grana.



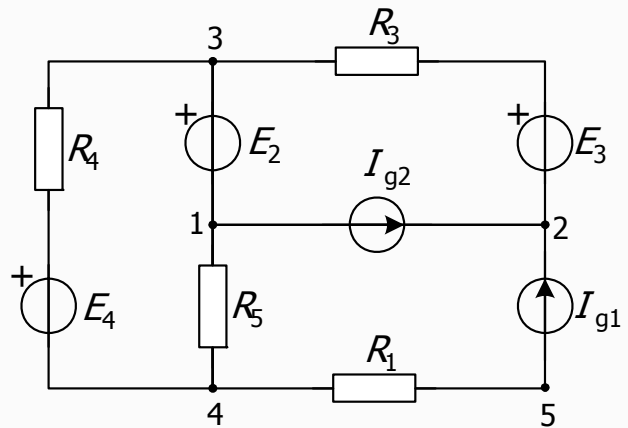
Rešenje:

10.3 U kolu na slici poznato je:

$I_{g1} = 12 \text{ A}$, $I_{g2} = 6 \text{ A}$, $E_2 = 30 \text{ V}$, $E_3 = 20 \text{ V}$,
 $E_4 = 40 \text{ V}$, $R_1 = 10 \ \Omega$, $R_3 = 40 \ \Omega$, $R_4 = 20 \ \Omega$,
 $R_5 = 30 \ \Omega$

a) Odrediti struje svih grana kola primenom metode konturnih struja.

b) Odrediti snagu strujnog generatora I_{g1} .



Rešenje:

11. TRANSFIGURACIJE KOLA

U ovoj vežbi:

- Transfiguracija grupe otpornika u kolu – redna, paralelna i mešovita veza
- Transfiguracija „trougao u zvezdu“
- Transfiguracija „zvezda u trougao“

Teorijska Osnova

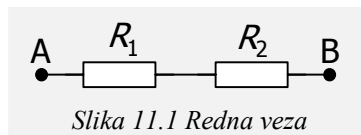
Transfiguracije kola se dele na *transfiguracije otpornika* i *transfiguracije generatora*.

Transfiguracije kola se smeju primeniti ako ne treba odrediti struje u svim granama u kolu.

Pri svim ovim transfiguracijama naponi i struje u delu kola koji se ne transfiguriraju moraju ostati nepomenjeni. Zato se transfiguracije rade prema tačno definisanim pravilima.

- Transfiguracije grupe otpornika

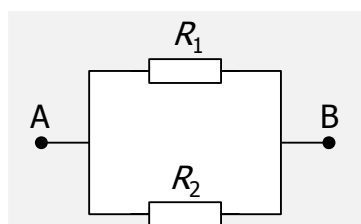
Šta znači transfigurirati grupu otpornika? To znači naći ekvivalentnu otpornost otpornika koji bi zamenio tu celu grupu.



Redna veza otpornika

Karakteristika **redne veze** je da su elementi vezani u istoj grani, što znači da imaju zajedničku struju koja kroz njih prolazi.

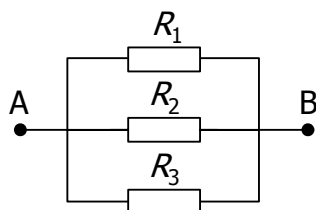
$$R_{AB} = R_1 + R_2$$



Paralelna veza otpornika

Karakteristika **paralelne veze** je da su elementi vezani između dve iste tačke, što znači da je napon na njima isti.

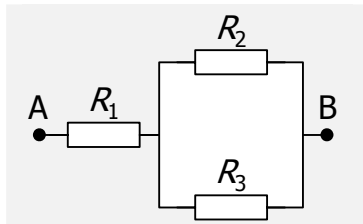
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



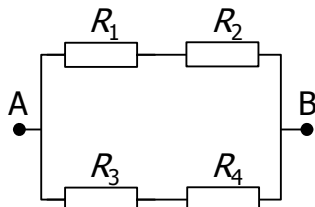
Slika 11.2 Paralelna veza
otpornika

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

Mešovita veza otpornika



$$R_{AB} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$



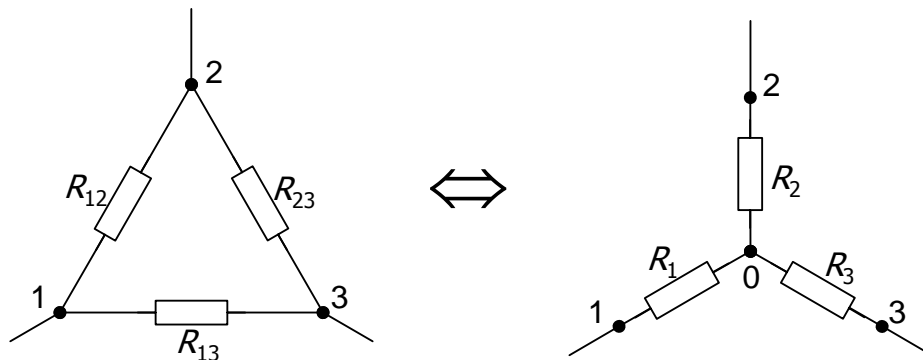
$$R_{AB} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

Slika 11.3 Mešovite veze
otpornika

Jako je važno između kojih tačaka u kolu tražimo ekvivalentnu otpornost pošto je ona različita za jednu istu grupu otpornika u zavisnosti od tačaka između kojih se posmatra.

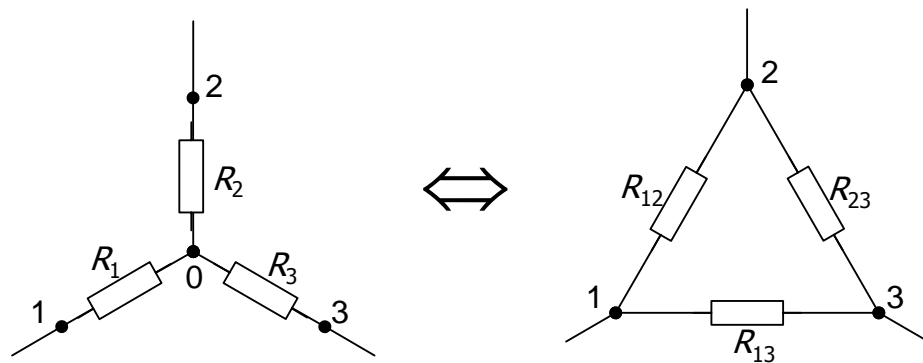
Postoje i nešto složenije veze otpornika koje nisu ni redne, ni paralelne, ni mešovite. To su otpornici povezani u "trougao" i otpornici povezani u "zvezdu". Koriste se nazivi transfiguracija "trougao u zvezdu" i transfiguracija "zvezda u trougao".

Transfiguracija "trougao u zvezdu"



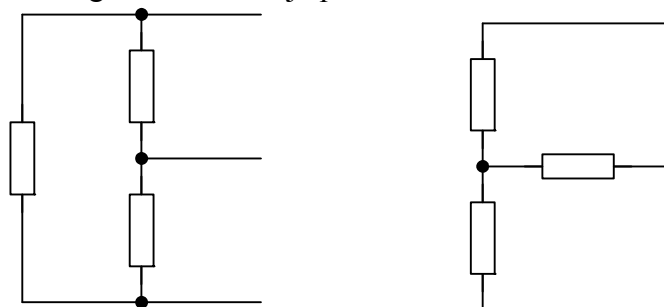
$$R_1 = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \quad R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \quad R_3 = \frac{R_{23}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Transfiguracija "zvezda u trougao"



$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3} \quad R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1R_3}{R_2} \quad R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1}$$

Transfiguracija "trougao u zvezdu" smanjuje broj kontura za jednu, pa se kolo lakše rešava. Najčešći primer za formu trougla u zadacima je prikazan na slici 11.4 – levo.



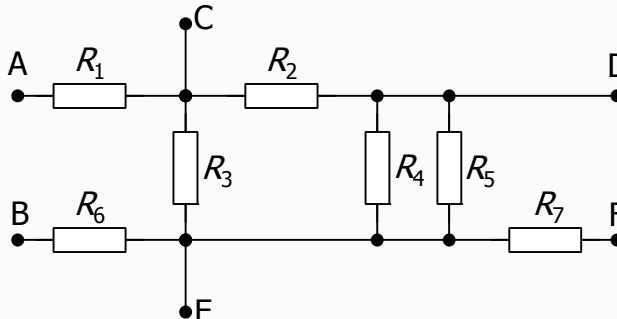
Slika 11.4 Trougao (levo) i zvezda (desno)

Transfiguracija „zvezda u trougao“ ne smanjuje broj kontura, naprotiv. Zato na prvi pogled i nije logična. Međutim, dobija se mnoštvo paralelnih veza koje u jednom koraku mogu da se ekvivalentiraju. Najčešći primer za formu zvezde u zadacima je prikazan na slici 11.4 – desno.

Zadatak Vežbe

Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

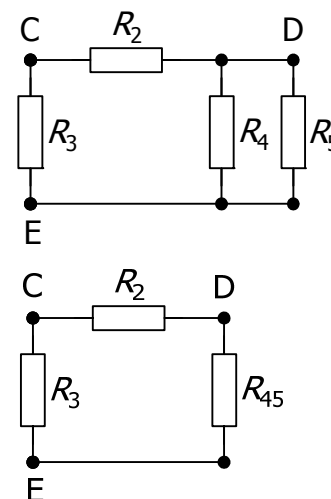
11.1 Za grupu otpornika na slici odrediti ekvivalentne otpornosti između svih parova tačaka označenih na slici.



Rešenje:

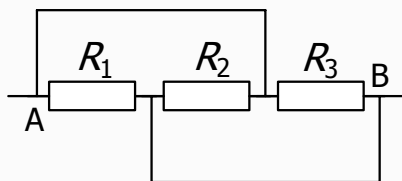
Posmatrajmo sada grupu otpornika R_2 , R_3 , R_4 , R_5 . Cilj ovog zadatka je da uočimo da ista grupa otpornika u istom kolu može imati drugačiju ekvivalentnu otpornost u zavisnosti od tačaka između kojih određujemo ekvivalentnu otpornost. Ekvivalentna otpornost ove grupe otpornika između tačaka C i E, C i D, i D i E se razlikuje. Ono što je zajedničko za svaku od ovih ekvivalentnih otpornosti jeste da otpornici R_1 , R_6 i R_7 nisu uključeni u ekvivalentnu otpornost, jer ako bismo između bilo koje od ovih parova tačaka (C i E, C i D, i D i E) vezali generator, kroz R_1 , R_6 i R_7 ne bi tekla struja (drugi kraj svakog od otpornika R_1 (tačka A), R_6 (tačka B) i R_7 (tačka F) je slobodan). Takođe, otpornici R_4 i R_5 su u svakoj kombinaciji vezani paralelno:

$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \Rightarrow R_{45} = R_4 || R_5 = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$$



Slika 11.5

11.2 Izračunati ekvivalentnu otpornost između tačaka A i B, ako je $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 60 \text{ k}\Omega$.



Rešenje:

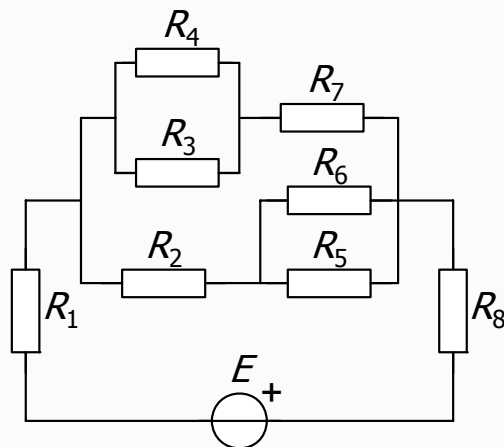
11.3 Izračunati struje u granama kola sa slike, kao i snagu naponskog generatora.

Dato je:

$$R_1 = 7 \text{ k}\Omega, R_2 = 8 \text{ k}\Omega, R_3 = 10 \text{ k}\Omega, R_4 = 30 \text{ k}\Omega,$$

$$R_5 = 3 \text{ k}\Omega, R_6 = 6 \text{ k}\Omega, R_7 = 2,5 \text{ k}\Omega, R_8 = 8 \text{ k}\Omega,$$

$$E = 40 \text{ V}$$



Rešenje:

vežba broj 12

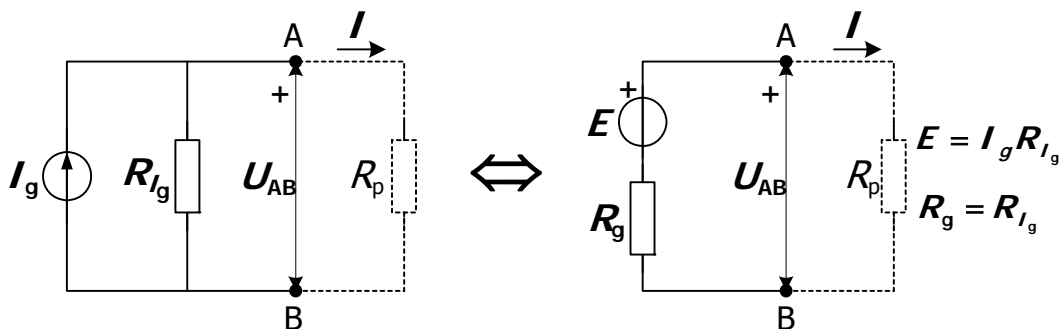
12. TRANSFIGURACIJE GENERATORA U KOLU

U ovoj vežbi:

- Transfiguracija realnog strujnog generatora u naponski
- Transfiguracija realnog naponskog generatora u strujni

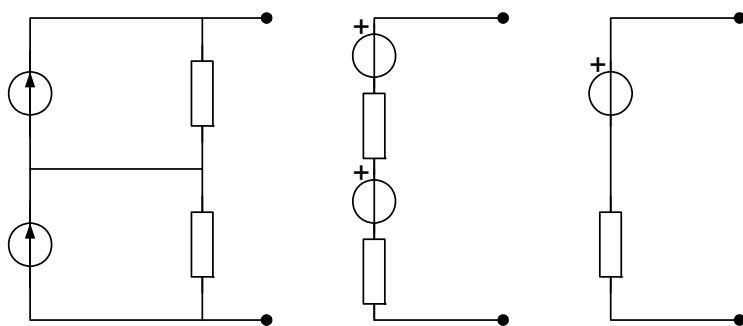
Teorijska Osnova

Ovde ćemo proučiti samo transfiguraciju realnih generatora. Kako se transfiguriše realan strujni generator?

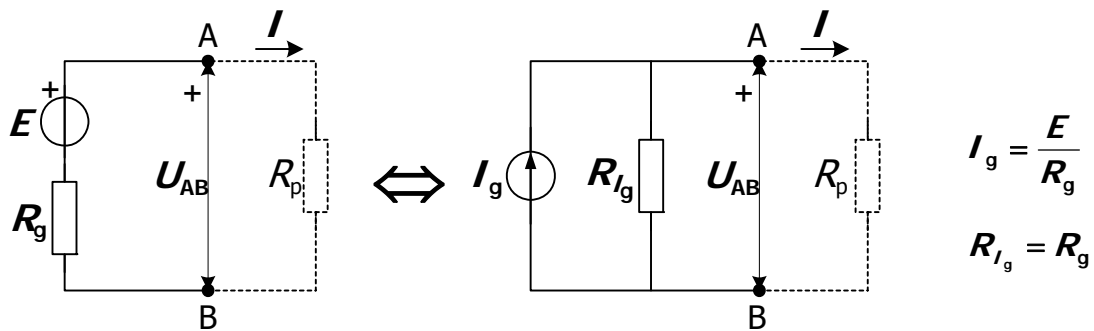


Slika 12.1 Transfiguracija realnog strujnog generatora

Ova transfiguracija očigledno uprošćava kolo: smanjuje broj kontura. Primenjujemo je, na primer, u sledećem slučaju:



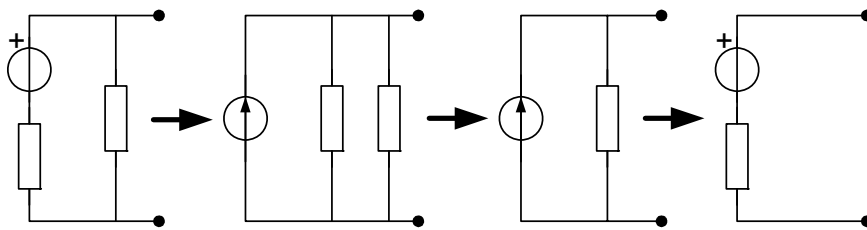
Kako se transfiguriše realan naponski generator?



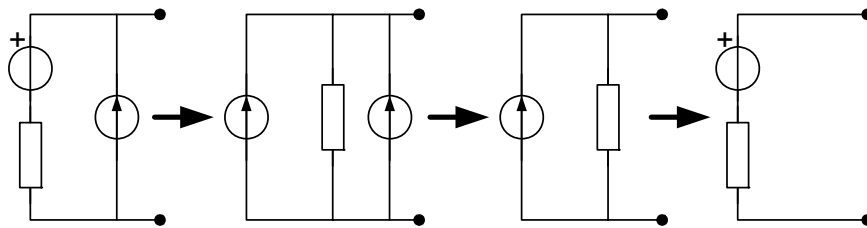
Slika 12.2 Transfiguracija realnog naponskog generatora

Ovu transfiguraciju primenjujemo u sledećim slučajevima:

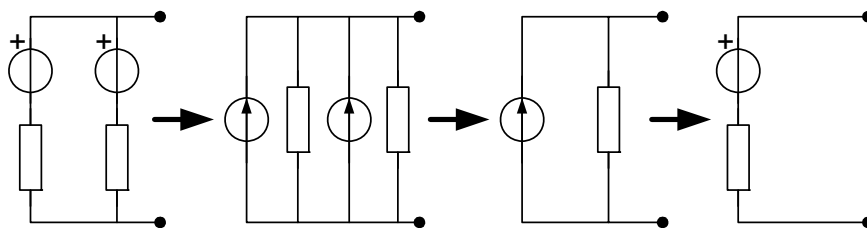
a)



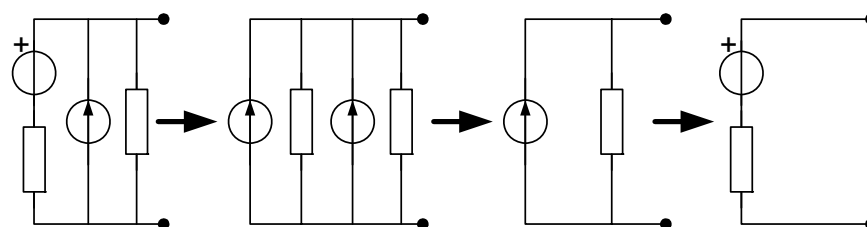
b)



c)



d)



Slika 12.3 Primena transfiguracija

Zadatak Vežbe

Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

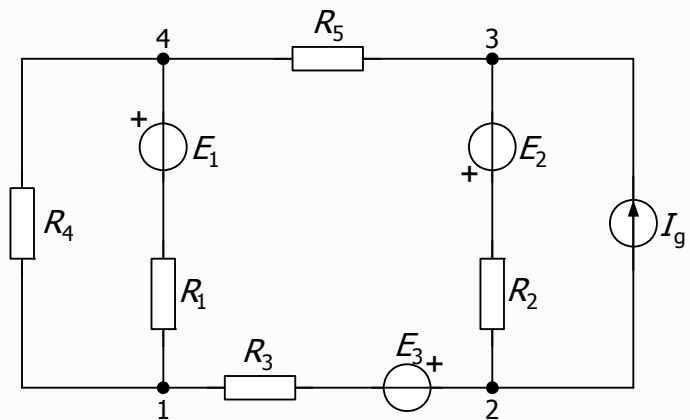
12.1 Za kolo prikazano na slici poznato je:

$$E_1 = 40 \text{ V}, E_2 = 100 \text{ V}, E_3 = 30 \text{ V},$$

$$I_q = 0,2 \text{ A}, R_1 = 300 \ \Omega, R_2 = 150 \ \Omega,$$

$$R_3 = 200 \ \Omega, R_4 = 100 \ \Omega, R_5 = 75 \ \Omega$$

Primenom transfiguracija generatora odrediti struju kroz otpornik R_5 .



Rešenje:

13. TEVENENOVA TEOREMA

U ovoj vežbi:

- Postupak izračunavanja *ems* Tevenenovog generatora
- Postupak izračunavanja *unutrašnje otpornosti* Tevenenovog generatora
- Ograničenja i upotreba Tevenenove teoreme

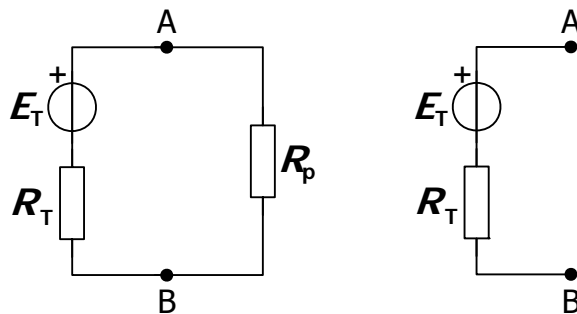
Teorijska Osnova

Tevenenova teorema nam govori da deo kola između neke dve tačke možemo zameniti realnim naponskim generatorom. Zašto? Pa zato što između te dve tačke sigurno postoji napon U , a i taj deo kola sigurno ima ekvivalentan otpor R .

Prilikom određivanja elektromotorne sile Tevenenovog generatora treba poštovati proceduru:

- 1) ako u kolu treba naći struju (ili otpornost potrošača, ili elektromotornu silu naponskog generatora) u jednoj grani, onda se prvo ta grana isključi iz kola;
- 2) obeleže se krajevi koji su ostali otvoreni (na primer sa A i B, ili 1 i 2);
- 3) reši se napon U_{AB} pri tako otvorenim krajevima. To je onda elektromotorna sila Tevenenovog generatora.

Ma kako kolo na početku bilo složeno, primenom Tevenenove teoreme možemo ga svesti na prosto kolo (Slika 13.1).



Slika 13.1

Kada odvojimo granu sa R_p , ostaje deo kola na slici 13.1 – desno.

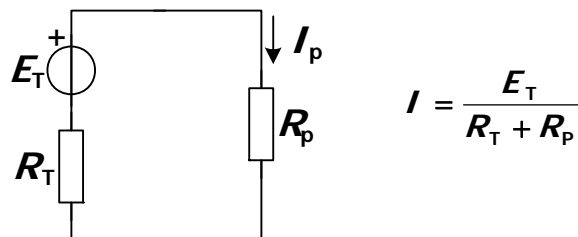
$$U_{AB} \Big|_{OK} = E_T$$

Ako u proračunu uzmemo da je $E_T = U_{AB} \Big|_{OK}$, onda će pozitivan kraj Tevenenovog generatora biti kod tačke A, i obrnuto. Simbol $\Big|_{OK}$ znači "otvoreno kolo" ili otvoreni krajevi.

Treba uočiti da je $U_{AB} \Big|_{OK} \neq U_{AB}$ u početnom kolu, jer kad su krajevi otvoreni nema električne struje u toj grani, tj. napon na R_T jednak je 0.

Prilikom određivanja otpornosti Tevenenovog generatora poštuju proceduru:

- 1) kada se isključi grana iz kola preostalo kolo sa otvorenim krajevima treba učiniti pasivnim. To znači da treba poništiti dejstvo svih generatora u kolu (odnosno svesti ih na nulu);
- 2) Napon na naponskom generatoru je jednak 0, onda kad je u kratkom spoju. Struja strujnog generatora je jednaka 0, onda kad je strujni generator u otvorenoj vezi. Zato se pasivno kolo pravi tako sto se svi naponski generatori kratko spoje, a strujni se izvade iz grana kola. Ako su generatori realni njihove otpornosti ostaju u kolu.
- 3) Zatim se nalazi ekvivalentan otpor R_{AB} pri otvorenim krajevima i to će biti otpor Tevenenovog generatora;
- 4) Na kraju se sklopi prosto kolo od Tevenenovog generatora, Tevenenovog otpora i grane koju smo izvadili iz kola na početku. Rešavanjem tog prostog kola dobija se tražena električna struja (ili otpornost potrošača, ili elektromotorna sila naponskog generatora).



Slika 13.2

Tevenenovom teoremom se u opštem slučaju može ekvivalentirati bilo koji deo kola između proizvoljne dve tačke. U tom slučaju se otkaçi ceo ostatak kola koji se ne ekvivalentira.

Zadatak Vežbe

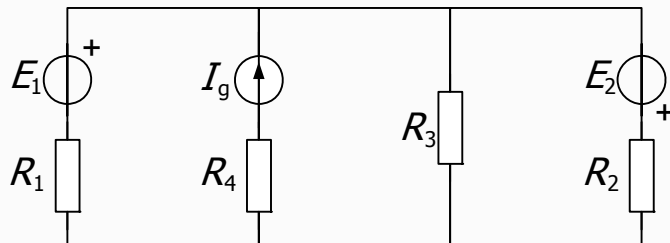
Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

13.1 U kolu sa slike odrediti jačinu struje u grani sa otpornikom R_3 , primenom Tevenenove teoreme. Poznato je:

$$E_1 = 20 \text{ V}, E_2 = 12 \text{ V}, I_g = 150 \text{ mA},$$

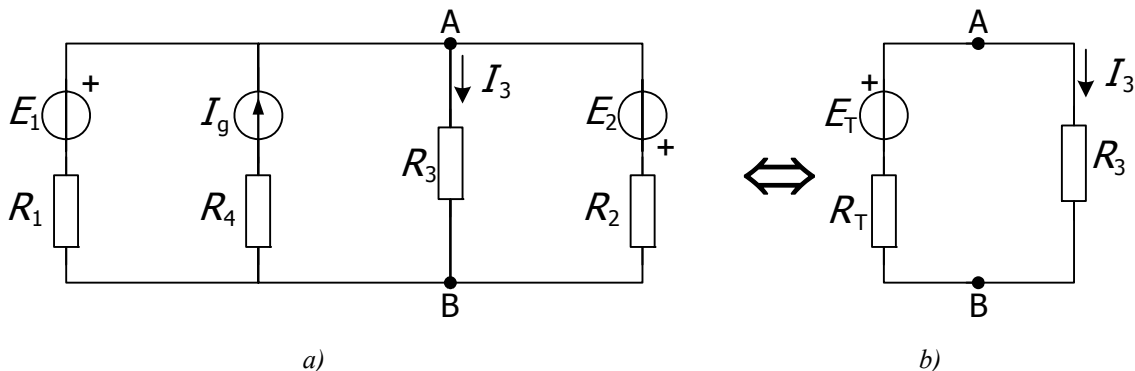
$$R_1 = 400 \ \Omega, R_2 = 600 \ \Omega,$$

$$R_3 = 160 \ \Omega, R_4 = 100 \ \Omega.$$



Rešenje:

Prema Tevenenovoj teoremi kolo između bilo koje dve tačke može se zameniti ekvivalentnim realnim naponskim generatorom, a da se u ostatku kola ništa ne promeni (sve struje i naponi ostaju isti). Označimo tačke između kojih ćemo ekvivalentirati deo kola Tevenenovim generatorom E_T sa A i B (Slika 13.3a). To je deo kola koji ne sadrži otpornik R_3 i prikazan je na slici 13.3a. Na slici 13.3b prikazano je ekvivalentno kolo sa Tevenenovim generatorom na koji je priključen otpornik R_3 , i obeležene su tačke A i B koje odgovaraju tačkama A i B sa slike 13.3. Zbog čega smo smeli da zamenimo deo kola Tevenenovim generatorom? Zato što se taj deo kola ponaša upravo kao Tevenenov generator i, u ovom slučaju, kroz otpornik R_3 će teći ista struja bez obzira da li je povezan u kolo na slici 13.3a ili na slici 13.3b. Bilo kakav deo nekog kola da vežemo između tačaka A i B u kolo na slici 13.3a ili na slici 13.3b, sve struje i naponi u posmatranom delu kola biće isti. I, naravno, ako ništa ne vežemo između tačaka A i B napon U_{AB} mora biti isti u oba slučaja – Slika 13.3. Na slici 13.3b napon U_{AB} je jednak elektromotornoj sili Tevenenovog generatora E_T (jer kolo nije zatvoreno i ne teče struja, pa nema pada napona na unutrašnjoj otpornosti Tevenenovog generatora R_T). Dakle, taj napon, odnosno elektromotorna sila Tevenenovog generatora E_T , mora biti jednaka naponu U_{AB} na slici Slika 13.3a. Ovaj napon ćemo zvati naponom otvorene veze (otvorenog kola) $U_{AB} |_{OK}$.

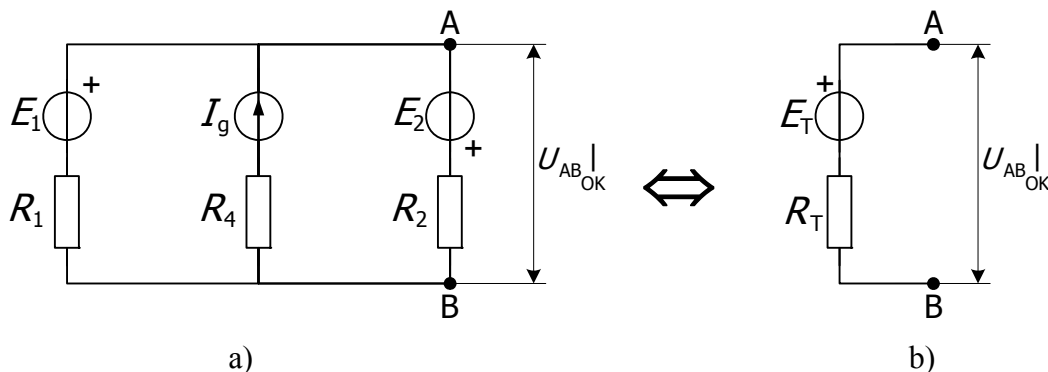


Slika 13.3

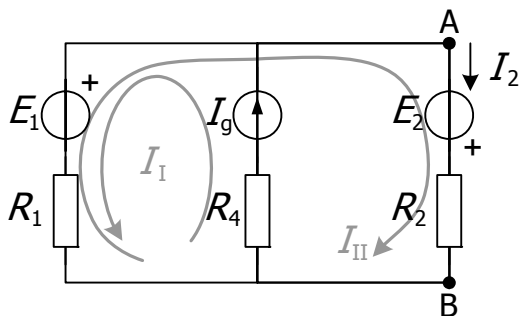
Da rezimiramo: elektromotornu silu Tevenenovog generatora određujemo kada iz kola uklonimo sve ono što ne želimo da zamenimo Tevenenovim generatorom između određenih tačaka (u ovom slučaju je to grana sa otpornikom R_3 između tačaka A i B):

$$E_T = U_{AB} \Big|_{OK},$$

pri čemu treba voditi računa o referentnom smeru Tevenenovog generatora. Za ovaj slučaj referentni smer je od tačke B ka tački A (A je pozitivan kraj).



Slika 13.4



Slika 13.5

U ovom zadatku treba odrediti napon U_{AB} u kolu na slici 13.4a. Kolo ima $n_{\check{c}} = 2$ čvora, $n_g = 3$ grane i sadrži $n_{I_g} = 1$ idealni strujni generator. Rešimo kolo primenom metode konturnih struja. Broj nezavisnih kontura, odnosno broj konturnih struja, je:

$$n_g - (n_{\check{c}} - 1) = 2,$$

a broj jednačina koje postavljamo je:

$$n_g - (n_{\check{c}} - 1) - n_{I_g} = 1.$$

Na slici 13.5 značene su konturne struje. Podsetimo se da tačno jedna konturna struja mora prolaziti kroz idealni strujni generator. Jednačine konturnih struja glase:

$$I_1 = I_g \tag{1}$$

$$-R_1 I_1 + (R_1 + R_2) I_{II} = E_1 + E_2 \tag{2}$$

Zamenom poznate konturne struje u jednačinu 2 dobijamo izraz za nepoznatu konturnu struju:

$$-R_1 I_g + (R_1 + R_2) I_{II} = E_1 + E_2 \Rightarrow I_{II} = \frac{E_1 + E_2 + R_1 I_g}{R_1 + R_2} = \frac{92 \text{ V}}{1000 \Omega} = 92 \text{ mA}$$

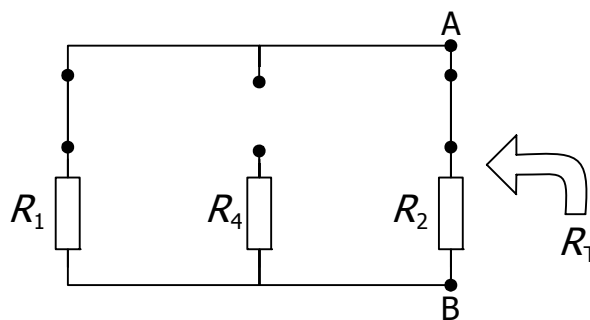
Kroz granu sa elektromotornom silom E_2 i otpornikom R_2 teče samo konturna struja I_{II} , koja je istog smera kao i struja I_2 , pa je:

$$I_2 = I_{II} = 92 \text{ mA}.$$

Elektromotorna sila Tevenenovog generatora je:

$$E_T = U_{AB} \Big|_{OK} = R_2 I_2 - E_2 = 43,2 \text{ V}.$$

Otpornost Tevenenovog generatora R_T jednaka je ekvivalentnoj otpornosti između tačaka A i B kada se iz dela kola, koji se ekvivalentira, isključe svi generatori, i to: naponski se kratko spajaju, a umesto strujnih ostaje otvorena veza. Takvo



Slika 13.6

pasivno kolo, napravljeno je od kola sa slike 13.5 isključivanjem generatora, prikazano je na slici 13.6.

Otpornik R_4 nije priključen u kolo jer mu je jedan kraj slobodan. Otpornici R_1 i R_2 , gledano između tačaka A i B, vezani su paralelno pa je:

$$R_T = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 240 \Omega.$$

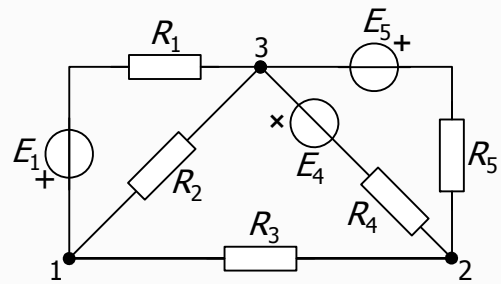
Kada smo odredili elektromotornu silu i otpornost Tevenenovog generatora vratimo se na sliku 13.4b. Sada možemo odrediti struju kroz otpornik R_3 na osnovu Omovog zakona za prosto kolo:

$$I_3 = \frac{E_T}{R_T + R_3} = \frac{43,2V}{240\Omega + 160\Omega} = 108 \text{ mA}.$$

13.2 Ukoliko prikazanom na slici poznata je struja $I_{23} = 50 \text{ mA}$ kroz otpornik R_4 . Primenom Tevenenove teoreme odrediti otpornost R_4 , ako je:

$$E_1 = 6 \text{ V}, E_4 = 40,5 \text{ V}, E_5 = 5 \text{ V},$$

$$R_1 = 2 \text{ k}\Omega, R_2 = 6 \text{ k}\Omega, R_3 = 750 \text{ }\Omega, R_5 = 750 \text{ }\Omega.$$

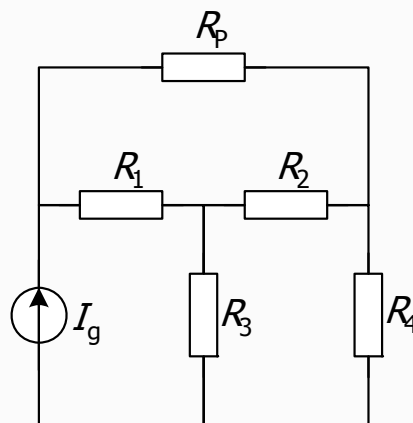


Rešenje:

13.3 U kolu sa slike poznato je:

$R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $R_4 = 5 \Omega$,
 $I_{g1} = 2,6 \text{ A}$

Odrediti otpornost prijemnika R_p tako da se na njemu razvija maksimalna snaga. Kolika je ta snaga?



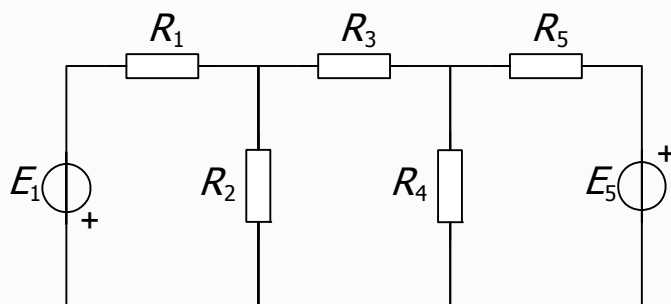
Rešenje:

11.4 U kolu prikazanom na slici odrediti otpornost otpornika R_3 tako da se na njemu razvije maksimalna snaga. Odrediti tu snagu.

$$E_1 = 10 \text{ V}, E_5 = 100 \text{ V},$$

$$R_1 = 2 \text{ } \Omega, R_2 = 40 \text{ } \Omega,$$

$$R_4 = 20 \text{ } \Omega, R_5 = 20 \text{ } \Omega$$



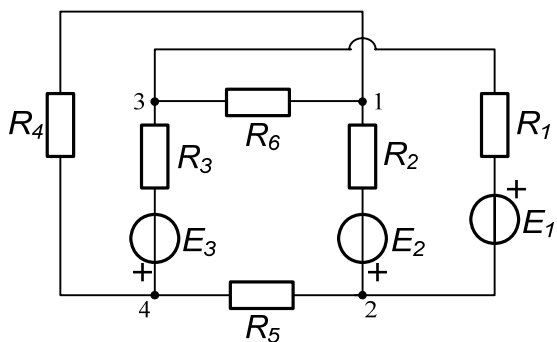
Rešenje:

Primena Tevenenove teoreme

U kolu predstavljenom na slici 13.8 je poznato $E_3=20V$, $R_1 = R_3 = 40 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_5 = 20 \Omega$, $R_6 = 4 \Omega$, $I_{12} = 0.5 A$. Ako se isključi grana sa generatorom elektromotorne sile E_2 i otpornikom otpornosti R_2 jačina struje u grani sa otpornikom otpornosti R_4 je $I_{14} = -1A$. Ako se još isključe generatori sa elektromotornim silama E_1 i E_3 , a krajevi u kolu za koje su oni bili vezani kratko spoje, dobije se vrednost ekvivalentnog otpora $R_{12}' = 18\Omega$.

Odrediti:

- a) Vrednosti ems E_1 i E_2 generatora;
- b) Snagu koju generator ems E_2 daje mreži.



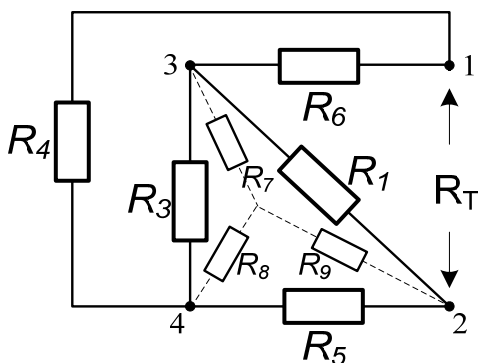
Slika 13.7

$E_3 = 20 V$;
 $R_1 = R_3 = 40 \Omega$;
 $R_2 = 2 \Omega$;
 $R_5 = 20 \Omega$;
 $R_6 = 4 \Omega$;
 $I_{12} = 0.5 A$
 $I_{14} = -1A$ – kada se isključi grana 1-2
 $R_{12}' = 18\Omega$ - kada se preostali generatori kratko spoje

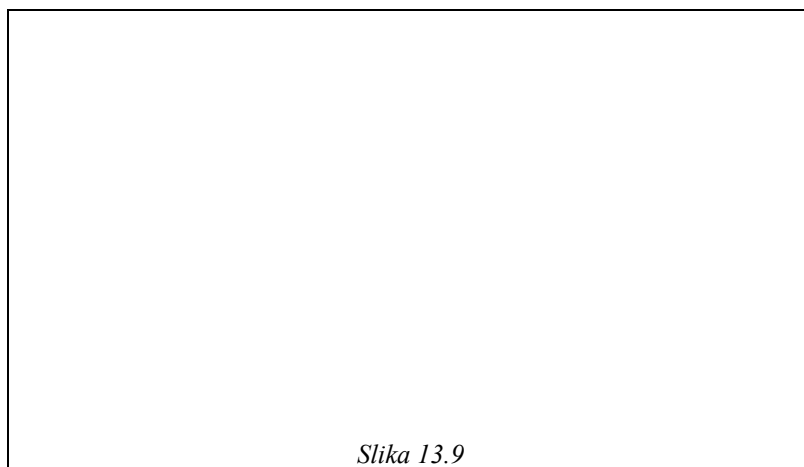
- a) $E_1, E_2 = ?$
- b) $P_{E2} = ?$

Proračun

- a) Vrednost ekvivalentnog otpora R_{12}' predstavlja otpornost Tevenenovog generatora kada je grana sa generatorom ems E_2 i otpornikom otpornosti R_2 isključena. Otpornost Tevenenovog generatora određuje se iz kola predstavljenog na slici 13.9. Da bi se ova otpornost odredila potrebno je grupu otpornika otpornosti R_1, R_2 i R_3 vezanih u trougao transfigurirati u zvezdu :



Slika 13.8



Slika 13.9

Nacrtati ekvivalentnu šemu (u prostoru za sliku 13.10) i izračunati sledeće vrednosti:

$R_7 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

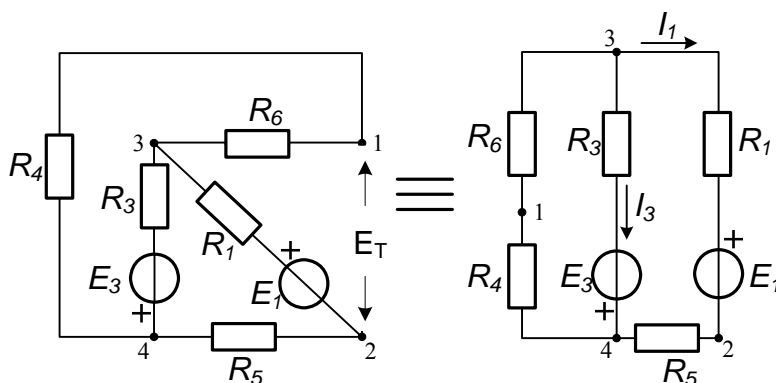
$$R_9 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}$$

$$R'_{12} = R_T = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}$$

$$R_7 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}$$

iz predhodnih jednačina $\rightarrow R_4 = \underline{\hspace{10em}}$

Kolo koje se dobija kada je grana sa generatorom ems E_2 i otpornikom otpornosti R_2 isključena, predstavlja kolo za određivanje ems Tevenenovog generatora (Slika 13.10). Pošto je poznata jačina struje u grani sa otpornikom otpornosti R_4 može se odrediti napon na krajevima te grane:



Slika 13.10

$$U_{34} = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}$$

A posto se napon U_{34} može izraziti i preko grane sa generatorom E_3 i otpornikom R_3 , preko formule:

$$U_{34} = \underline{\hspace{10em}},$$

Iz koje se lako dobija struja I_3 :

$$I_3 = \underline{\hspace{10em}}.$$

Primenom I Kirhofovog zakona na čvor 3, određuje se intenzitet struje I_1 u grani sa generatorom ems E_1 :

$$I_1 - \underline{\hspace{10em}} - \underline{\hspace{10em}}.$$

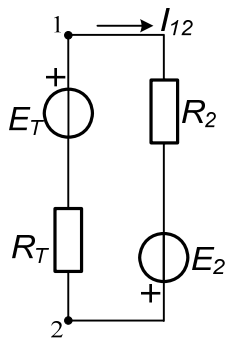
Iz poznate vrednosti napona na krajevima te grane može se odrediti nepoznata ems E_1 :

$$E_1 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}$$

Elektromotorna sila Tevenenovog generatora je:

$$E_T = U_{12} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Pošto smo dobili vrednosti za E_T i R_T možemo dobiti vrednost ems E_1 iz ekvivalentnog kola na slici 13.12. Kako je poznata vrednost struje u toj grani, može se, na osnovu Tevenenove teoreme odrediti nepoznata ems E_2 :



$$E_2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

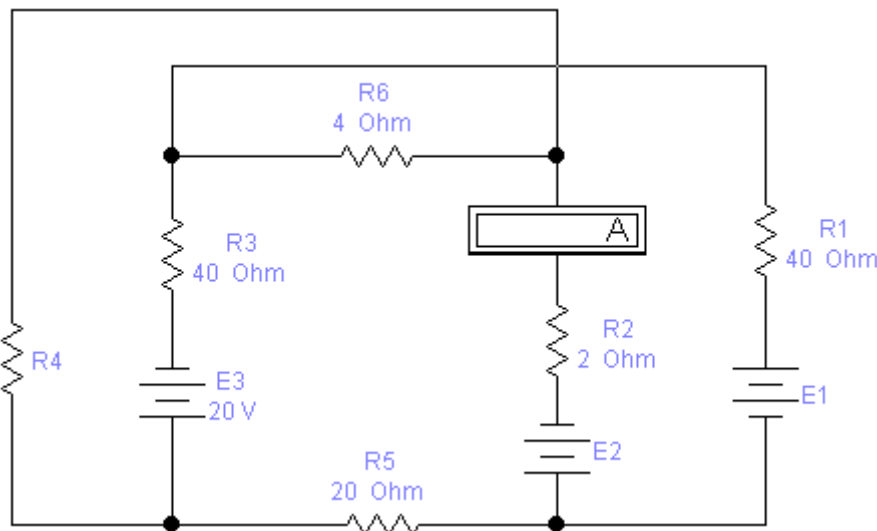
Slika 13.11

b) Snaga koju generator ems E_2 daje mreži je:

$$P_{E_2} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Analiza kola primenom računara

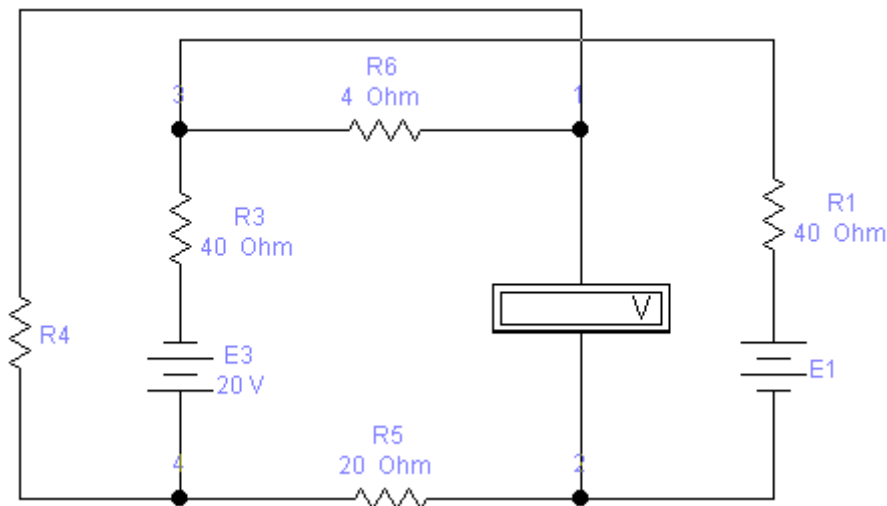
Povezati kolo kao na slici 13.13. Vrednosti elemenata koji se ne nalaze na šemi treba uzeti iz proračuna ove vežbe.



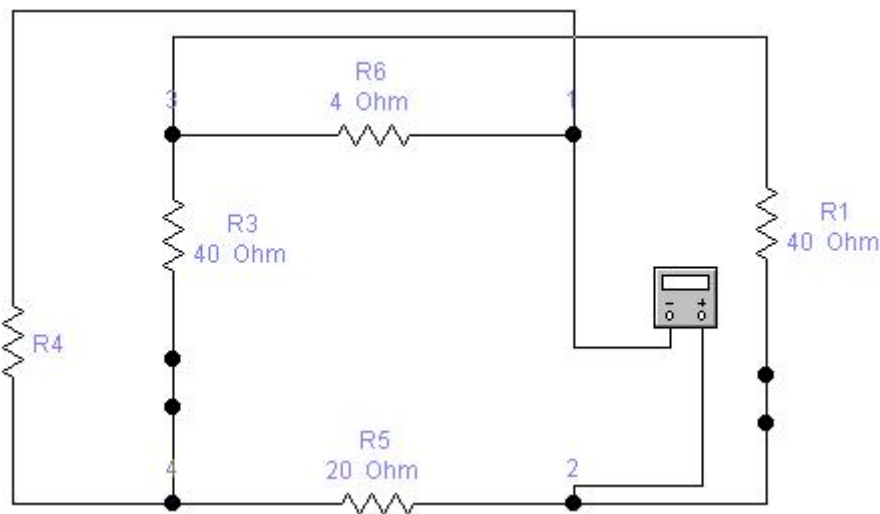
Slika 13.12

Simulirati rad kola i proveriti da li na ampermetru dobijamo istu vrednost struje kao u postavci zadatka ($I_{14} = 0.5A$), dobijenu vrednost upisati u tabelu 13.1, u odgovarajuće polje.

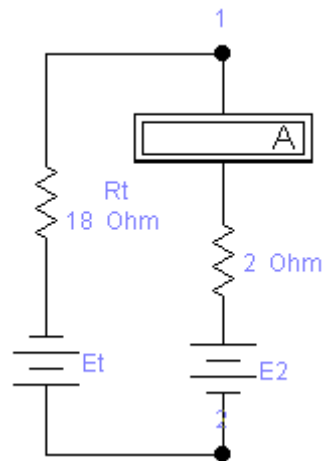
Elektromotorna sila Tevenenovog generatora dobija se merenjem napona između tačaka 1 i 2 kada je grana između te dve tačke isključena iz kola. Povezati kolo kao na slici 13.14, a dobijenu vrednost za $U_{12|OK}$, tj. E_T uneti u tabelu 13.1.

Slika 13.13 Kolo koje se koristi za dobijanje vrednosti ems E_T

Povezati kolo kao na slici 13.15. Ovo kolo služi za merenje R_T – unutrašnje otpornosti Thevenenovog generatora. Kolo se dobija, tako što se svi naponski generatori kratko spoje, tj. izbace iz kola, a otpornost se meri ommetrom između tačaka 1 i 2. Otpornost se meri unimerom koji se nalazi u podmeniju instrumenti u paleti elemenata, pre merenja treba postaviti instrument u poziciju ommetra, a duplim pritiskom na levi taster miša kada je pokazivač miša iznad ikone unimera – otvara se prozor u kome se vrši očitavanje merene veličine. Ovu vrednost treba upisati u tabelu 13.1.

Slika 13.14 Kolo koje se koristi za dobijanje vrednosti R_T

Na kraju treba povezati šemu na slici 13.16, vrednost generatora ems E_T i vrednost unutrašnje otpornosti Thevenenovog generatora R_T treba uzeti iz tabele 13.1 koja je popunjena vrednostima izvršenih merenja. Izmeriti intenzitet struje ampermetrom i uneti vrednost u tabelu 13.1.



Slika 13.15

Vrednosti dobijene računskim putem		Vrednosti dobijene merenjem	
I_{14} [A] – zadata vrednost			I_{14} [A] – izmerena vrednost
$U_{12 OK} = E_T$ [V] – izračunata vrednost			$U_{12 OK} = E_T$ [V] – izmerena vrednost
R_T [Ω] – izračunata vrednost			R_T [Ω] – izmerena vrednost

Tabela 13.1 Vrednosti dobijene računskim putem i merenjem

14. TEOREMA SUPERPOZICIJE

U ovoj vežbi:

- Princip superpozicije
- Linearna kola

Teorijska Osnova

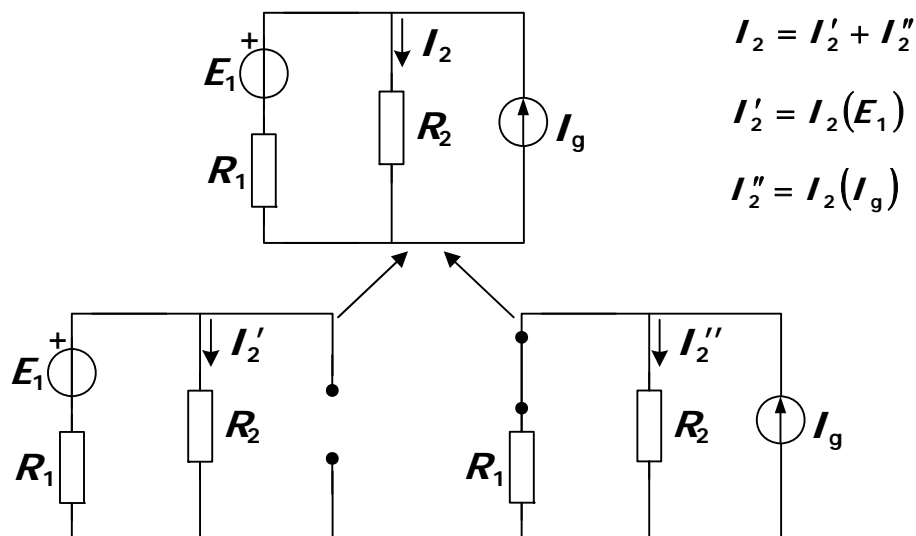
Svaki generator u linearnom kolu generiše električnu struju u svakoj grani kola.

Princip superpozicije u opštem slučaju znači slaganje fizičkih veličina, s u linearnim kolima sabiranje odgovarajućih veličina (struja ili napona).

Kolo je linearno kada se sastoji od linearnih elemenata. To su elementi kod kojih postoji linearna zavisnost između napona na krajevima elementa i električne struje koja protiče kroz njih.

Teorema superpozicije govori o tome da, ako kolo ima dva ili više generatora, moguće je električnu struju u pojedinoj grani odrediti sabirajući električne struje koje u datoj grani stvaraju generatori kada deluju pojedinačno.

Primer: Primena teoreme superpozicije na kolo sa dva generatora za izračunavanje električne struje I_2 :



Slika 14.1

Znači, prvo napravimo kolo u kome deluje samo naponski generator E_1 i nađemo električnu struju I_2 prema usvojenom referentnom smeru (I_2'). Strujni generator se tom prilikom isključi iz kola (u grani ostaje otvorena veza). Zatim napravimo kolo u kome deluje samo strujni generator I_g i nađemo struju I_2 u tom slučaju, prema usvojenom referentnom smeru (I_2''). Naponski generator se tada kratko spaja.

Na kraju te dve električne struje (I_2' i I_2'') saberemo i dobijamo električnu struju I_2 .

Teorema superpozicije važi i za napone.

Zadatak Vežbe

Na osnovu urađenog primera reši preostale navedene zadatke.

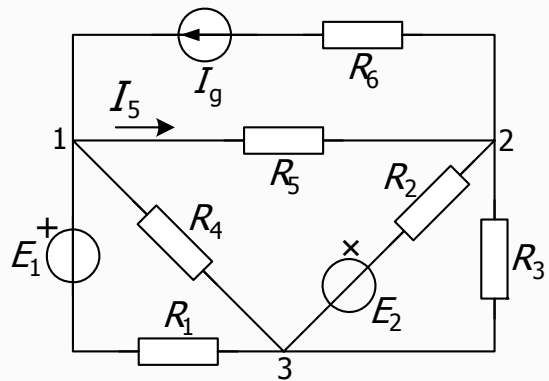
14.1 Primenom teoreme superpozicije odrediti struju I_5 .

Poznato je:

$$E_1 = 10 \text{ V}, E_2 = 30 \text{ V}, I_g = 80 \text{ mA},$$

$$R_1 = 200 \ \Omega, R_2 = 2 \text{ k}\Omega, R_3 = 1 \text{ k}\Omega, R_4 = 2 \text{ k}\Omega,$$

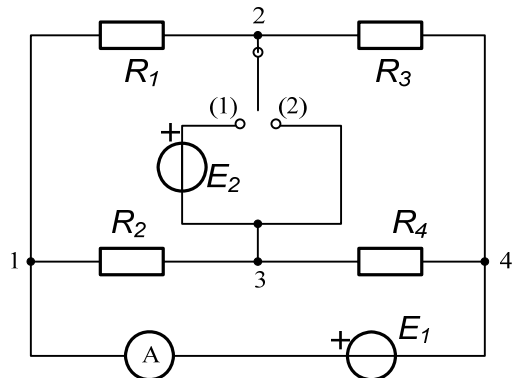
$$R_5 = 2,5 \text{ k}\Omega.$$



Rešenje:

Provera teoreme Superpozicije

Za kolo prikazano na slici 14.2 poznate su sva otpornosti: $R_1 = 100\Omega$; $R_2 = 200\Omega$; $R_3 = 300\Omega$ i $R_4 = 200\Omega$. Kada se preklopnik nalazi u položaju (1) ampermetar zanemarljive unutrašnje otpornosti pokazuje $I_{41} = 0.1A$. Kada se preklopnik nalazi u položaju (2), ampermetar pokazuje struju $I_{41}' = 0.2A$. Primenom teoreme superpozicije odrediti elektromotornu silu E_2 .



Slika 14.2

$$R_1 = 100\Omega ;$$

$$R_2 = 200\Omega ;$$

$$R_3 = 300\Omega$$

$$R_4 = 200\Omega$$

$$I_{41} = 0.1A \text{ – prekidač je u položaju (1)}$$

$$I_{41}' = 0.2A \text{ – prekidač je u položaju (2)}$$

$$E_2 = ?$$

Proračun

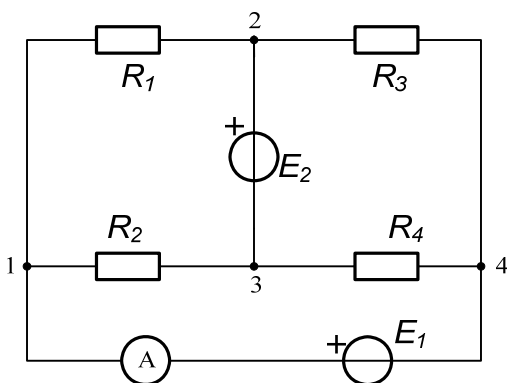
Kada se preklopnik nalazi u položaju (1), deluju oba generatora sa elektromotornim silama E_1 i E_2 . Prema teoremi superpozicije čemu je jednak intenzitet struje u grani 4-1 ?

$$I_{41} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Usvojićemo sledeća pravila označavanja:

I_{41}' – intenzitet struje u grani 4-1 kada u kolu deluje generator sa ems E_1

I_{41}'' – intenzitet struje u grani 4-1 kada u kolu deluje generator sa ems E_2



Slika 14.3 Kolo kada je prekidač u položaju (1)

Primenom I kirhofovog zakona na čvor 4 može se odrediti intenzitet struje I_{41}'' (Slika 14.3):

$$I_{41}'' = \underline{\hspace{2cm}}$$

a primenom Omovog zakona na kolo:

$$I_{24}'' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$I_{43}'' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$U_{24}'' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$U_{43}'' = \underline{\hspace{2cm}}$$

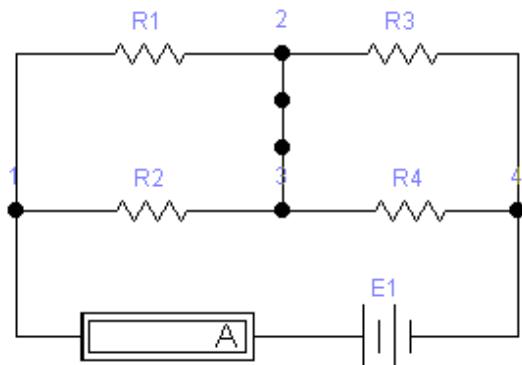
Iz čega sledi:

$$I_{41}'' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$E_2 =$ _____

Analiza kola primenom računara

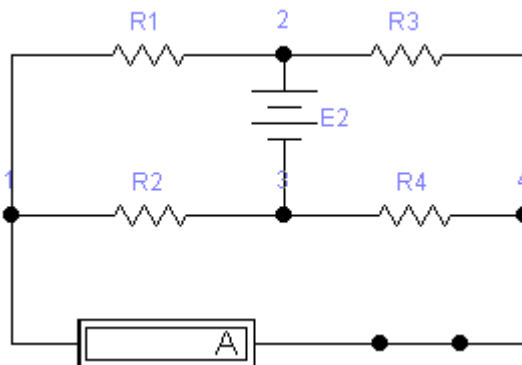
Povezati kolo kao na slici 14.4. Koristiti vrednosti elemenata koje su dobijene proračunom u prethodnom zadatku. Potrebno je izračunati struju u grani 4-1 metodom superpozicije



Slika 14.4

Simulirati kolo prikazano na slici 14.4 i izmeriti jačinu struje u grani 4-1, I_{41}' :

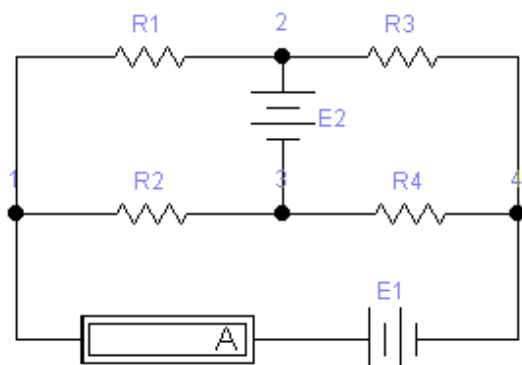
$I_{41}' =$ _____



Slika 14.5

Povezati kolo kao na slici 14.5, simulirati ga i izmeriti jačinu struje u grani 4-1, I_{41}'' :

$I_{41}'' =$ _____



Slika 14.6

Povezati kolo kao na slici 14.6, simulirati ga i izmeriti jačinu struje u grani 4-1, I_{41}''' :

$I_{41}''' =$ _____